Финансовая математика Часть 3c

Д-р Вольфганг Бёме

Март 2021

Оглавление

0.1 Риск внебиржевых форвардных контрактов 1
0.2 Риск облигаций 2
0.2.1 Облигации с фиксированным купоном без кредитного риска дефолта 2
0.2.2 Риск облигаций с плавающим купоном 2
0.3 Риск соглашений о будущей процентной ставке (FRA) 3
0.4 Риск процентных свопов 3
0.4.1 Ванильный своп 3
0.4.2 Форвардный своп 4
0.5 Риск валютных свопов 4
0.6 Риск золотых свопов 6

0.1. Риск внебиржевых форвардных контрактов

Валютный форвардный контракт был описан в разделе **??**. Два контрагента договариваются обменять две денежные суммы в разных валютах по фиксированному обменному курсу в установленную будущую дату. Рассчитывается VaR с уровнем доверия 99% и периодом удержания 10 дней. Формально в момент $t = 0$ согласовываются два платежа:

$A_t(1)$	выплата суммы в валюте 1 в момент t
$A_t(2)$	получение суммы в валюте 2 в момент t
$t = 0$	дата заключения договора
$wk_t(1,2) = \frac{A_t(1)}{A_t(2)}$	обменный курс валюты 1 к валюте 2 в момент t

Ценовая функция $P(t{=}0)$ совпадает с приведённой стоимостью BW_0:

$$P(t{=}0) = BW_0 = A_t(1) \cdot \hat{q}_{1(0\leftarrow t)} + A_t(2) \cdot wk_0(1,2) \cdot \hat{q}_{2(0\leftarrow t)}$$

Факторами риска являются дисконтирующие множители $\hat{q}_{1(0\leftarrow t)}$ и $\hat{q}_{2(0\leftarrow t)}$ в обоих валютных пространствах и обменный курс $wk_t(1,2)$.

Пример из раздела ??:

В момент $t = 0$ договорено обменять $-1{,}000{,}000$ EUR на 1,192,536,28 USD через 2 года.

Рыночные условия в $t = 0$: $wk_0(\text{EUR,USD}) = 0{,}84$; $\hat{q}_{EUR(0\leftarrow 2)} = 0{,}9262$; $\hat{q}_{USD(0\leftarrow 2)} = 0{,}9246$.

Статистические параметры (см. Приложение **??**):

$$\sigma^2_{wk(\text{EUR,USD})} = 0{,}000024,\ \sigma_{wk} = 0{,}004920$$
$$\sigma^2_{\hat{q}_{EUR(0\leftarrow 2)}} = 0{,}000024,\ \sigma = 0{,}004920$$
$$\sigma^2_{\hat{q}_{USD(0\leftarrow 2)}} = 0{,}000028,\ \sigma = 0{,}005292$$

Матрица дисперсий-ковариаций и матрица корреляций:

$$\Sigma = \begin{pmatrix} 0{,}000024 & 0{,}000005 & 0{,}000006 \\ 0{,}000005 & 0{,}000024 & 0{,}000008 \\ 0{,}000006 & 0{,}000008 & 0{,}000028 \end{pmatrix}, \quad P = \begin{pmatrix} 1 & 0{,}2083 & 0{,}2315 \\ 0{,}2083 & 1 & 0{,}3086 \\ 0{,}2315 & 0{,}3086 & 1 \end{pmatrix}$$

Чувствительности:

$$\Delta_1^* = 1{,}192{,}536{,}28 \cdot 0{,}9246 \cdot 0{,}84 = 926{,}200{,}00$$
$$\Delta_2^* = -1{,}000{,}000 \cdot 0{,}9262 = -926{,}200{,}00$$
$$\Delta_3^* = 926{,}200{,}00$$

$$VaR(10, 99\%) = \sqrt{(926{,}200 \quad -926{,}200 \quad 926{,}200) \cdot \Sigma \cdot \begin{pmatrix} 926{,}200 \\ -926{,}200 \\ 926{,}200 \end{pmatrix}} \cdot \sqrt{10} \cdot F^{-1}(0{,}01) = -53{,}650{,}69 \text{ EUR}$$

Максимально возможный убыток при уровне доверия 99% за 10 дней составляет **53 650,69 EUR**.

0.2. Риск облигаций

0.2.1. Облигации с фиксированным купоном без кредитного риска дефолта

Рассматриваются только облигации с фиксированным купоном и годовыми выплатами, приобретённые на дату выпуска или ровно через один или несколько лет после неё, так что оставшийся срок равен ровно T годам. Приведённая стоимость и риск рассчитываются методом дисперсий-ковариаций при уровне доверия 99% и периоде удержания 10 дней.

$$BW_0 = \sum_{j=1}^{T-1} Z \cdot \hat{q}_{(0 \leftarrow j)} + (N + Z) \cdot \hat{q}_{(0 \leftarrow T)}$$
$$P(t{=}0) = BW_0 - K_0$$

Пример:

Облигация с фиксированным купоном; $N = 20{,}000$ EUR; $i_{nom} = 5\%$; оставшийся срок 3 года; приобретена по $K_0 = 20{,}000$ EUR при $t = 0$; проценты выплачиваются в конце года. Годовые проценты: $Z = 1{,}000$ EUR.

$$BW_0(Z_1) = 1{,}000 \cdot 0{,}9714 = 971{,}40$$
$$BW_0(Z_2) = 1{,}000 \cdot 0{,}9262 = 926{,}20$$
$$BW_0(Z_3) = 1{,}000 \cdot 0{,}8750 = 875{,}00$$
$$BW_0(K_0) = 20{,}000 \cdot 0{,}8750 = 17{,}500{,}00$$
$$BW_0 = 20{,}272{,}60 \text{ EUR} \quad P(t{=}0) = 272{,}60 \text{ EUR}$$

Чувствительности:

$$\Delta_1^* = 971{,}40 \quad \Delta_2^* = 926{,}20 \quad \Delta_3^* = 21{,}000 \cdot 0{,}8750 = 18{,}375{,}00$$

$$VaR(10, 99\%) = \sqrt{(971{,}40 \quad 926{,}20 \quad 18{,}375{,}00) \cdot \Sigma_{3\times3} \cdot \begin{pmatrix} 971{,}40 \\ 926{,}20 \\ 18{,}375{,}00 \end{pmatrix}} \cdot \sqrt{10} \cdot F^{-1}(0{,}01) = -735{,}32 \text{ EUR}$$

Максимально возможный убыток составляет **735,32 EUR**.

.

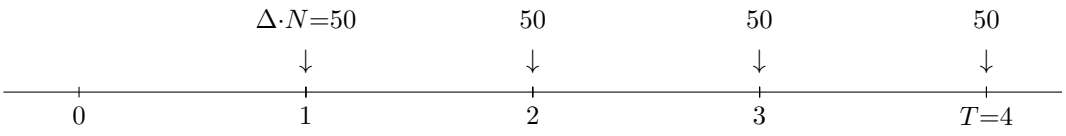
0.2.2. Риск облигаций с плавающим купоном

Как описано в разделе **??**, при $\Delta = 0$ приведённая стоимость равна номиналу N и флоатер является безрисковым. Риск возникает только от спредовой составляющей $\Delta \neq 0$.

Ценовая функция спредовой составляющей:

$$P(t{=}0, \Delta) = \sum_{t=1}^{T} \Delta \cdot N \cdot \hat{q}_{(0 \leftarrow t)}$$

Пример из раздела ??: $N = 10{,}000$ EUR, $\Delta = 50$ б.п. $= 0{,}005$, срок 4 года. Спред даёт дополнительные проценты $\Delta \cdot N = 50$ EUR в период.



Чувствительности: $\Delta_t^* = \Delta \cdot N \cdot \hat{q}_{(0\leftarrow t)}$:

$$\Delta_1^* = 48{,}57 \quad \Delta_2^* = 46{,}31 \quad \Delta_3^* = 43{,}75 \quad \Delta_4^* = 41{,}31$$

$$VaR(10, 99\%) = \sqrt{(48{,}57 \quad 46{,}31 \quad 43{,}75 \quad 41{,}31) \cdot \Sigma \cdot \begin{pmatrix} 48{,}57 \\ 46{,}31 \\ 43{,}75 \\ 41{,}31 \end{pmatrix}} \cdot \sqrt{10} \cdot F^{-1}(0{,}01) = -4{,}33 \text{ EUR}$$

Риск составляет **4,33 EUR**. Флоатеры характеризуются сравнительно низким риском.

0.3. Риск соглашений о будущей процентной ставке (FRA)

Исходным пунктом расчёта риска является ценовая функция FRA (формула (**??**)):

$$PW_0 = N \cdot \hat{q}_{EURIBOR(0\leftarrow 3)} - N \cdot (1 + i_{FRA}(3 \to 9)) \cdot \hat{q}_{EURIBOR(0\leftarrow 9)}$$

Факторами риска являются два дисконтирующих множителя EURIBOR. Статистические параметры (из Приложения **??**):

Фактор риска	Обозначение	Среднее	Дисперсия	СКО
Темп прироста дисконтирующего множителя EURIBOR, срок $(0 \leftarrow 3)$ мес.	$\hat{q}_{EURIBOR(0\leftarrow 3)}$	0	0,000005	0,002236
Темп прироста дисконтирующего множителя EURIBOR, срок $(0 \leftarrow 9)$ мес.	$\hat{q}_{EURIBOR(0\leftarrow 9)}$	0	0,000008	0,002828

Фактор риска 1	Фактор риска 2	Ковариация
$\hat{q}_{EURIBOR(0\leftarrow 3)}$	$\hat{q}_{EURIBOR(0\leftarrow 9)}$	0,000004

Матрица дисперсий-ковариаций и матрица корреляций:

$$\Sigma = \begin{pmatrix} 0{,}000005 & 0{,}000004 \\ 0{,}000004 & 0{,}000008 \end{pmatrix}, \quad P = \begin{pmatrix} 1 & 0{,}632455 \\ 0{,}632455 & 1 \end{pmatrix}$$

Чувствительности (из примера раздела **??**: $i_{FRA}(3 \to 9) = 3{,}48\%$; $\hat{q}_{EURIBOR(0\leftarrow 3)} = 0{,}995025$; $\hat{q}_{EURIBOR(0\leftarrow 9)} = 0{,}977995$; $N = 1{,}000{,}000$ EUR):

$$\begin{aligned} \Delta_1^* &= N \cdot \hat{q}_{EURIBOR(0\leftarrow 3)} = 1{,}000{,}000 \cdot 0{,}995025 = 995{,}025{,}00 \\ \Delta_2^* &= -N \cdot (1 + i_{FRA}(3 \to 9)) \cdot \hat{q}_{EURIBOR(0\leftarrow 9)} \\ &= -1{,}000{,}000 \cdot 1{,}0348 \cdot 0{,}977995 = -1{,}011{,}503{,}53 \end{aligned}$$

$$VaR(1, 99\%) = \sqrt{(995{,}025 \quad -1{,}011{,}503{,}53) \cdot \Sigma \cdot \begin{pmatrix} 995{,}025 \\ -1{,}011{,}503{,}53 \end{pmatrix}} \cdot \sqrt{1} \cdot F^{-1}(0{,}01) = -5{,}110{,}47 \text{ EUR}$$

Риск при уровне доверия 99% за 1 день составляет **5 110,47 EUR**.

0.4. Риск процентных свопов

0.4.1. Ванильный своп

Риск ванильного свопа-плательщика определяется из ценовой функции. Приведённая стоимость фиксированной ноги $BW_0(Z_{fix})$ соответствует облигации с фиксированным купоном; переменная нога при $\Delta = 0$ имеет приведённую стоимость N (раздел **??**):

$$\begin{aligned} P_0 &= BW_0 = BW_0(Z_{fix}) + BW_0(Z_{var}) \\ BW_0(Z_{fix}) &= N \cdot i_{SWAP} \cdot \sum_{j=1}^{T-1} \hat{q}_{(0\leftarrow j)} + N \cdot (1 + i_{SWAP}) \cdot \hat{q}_{(0\leftarrow T)} \\ BW_0(Z_{var}) &= N \end{aligned}$$

Пример (3-летний своп-плательщик, $N = 100{,}000$ EUR, $i_{SWAP} = 5\%$; факторы риска: $\hat{q}_{(0\leftarrow t)}$ для $t = 1, 2, 3$):
Переменная нога ($\Delta = 0$) не вносит риска. Чувствительности фиксированной ноги:

$$\Delta_1^* = Z_{fix} \cdot \hat{q}_{(0\leftarrow 1)} = 5{,}000 \cdot 0{,}9714 = 4{,}857{,}00$$
$$\Delta_2^* = 5{,}000 \cdot 0{,}9262 = 4{,}631{,}00$$
$$\Delta_3^* = (Z_{fix} + N) \cdot \hat{q}_{(0\leftarrow 3)} = 105{,}000 \cdot 0{,}8750 = 91{,}875{,}00$$

$$VaR(10, 99\%) = \sqrt{(4{,}857 \quad 4{,}631 \quad 91{,}875) \cdot \Sigma_{3\times 3} \cdot \begin{pmatrix} 4{,}857 \\ 4{,}631 \\ 91{,}875 \end{pmatrix}} \cdot \sqrt{10} \cdot F^{-1}(0{,}01)$$

0.4.2. Форвардный своп

Форвардный своп отличается от ванильного тем, что своп начинается только после подготовительного периода. Расчёт риска аналогичен ванильному свопу; следует лишь учесть, что в подготовительный период процентные платежи не производятся.

Пример (форвардный своп-плательщик, $N = 10{,}000$ EUR, $i_{SWAP} = 4{,}83\%$, 1-летний подготовительный период, 3-летний период свопа, итого 4 года; факторы риска: $\hat{q}_{(0\leftarrow t)}$ для $t = 2, 3, 4$):
Ценовая функция:

$$P_0 = BW_0 = N \cdot (i_{SWAP} \cdot \hat{q}_{(0\leftarrow 2)} + i_{SWAP} \cdot \hat{q}_{(0\leftarrow 3)} + i_{SWAP} \cdot \hat{q}_{(0\leftarrow 4)}) - N \cdot (i_{(1\to 2)} \cdot \hat{q}_{(0\leftarrow 2)} + \hat{q}_{(0\leftarrow 2)} - \hat{q}_{(0\leftarrow 4)})$$

Производные:

$$(P_0)'_{\hat{q}_{(0\leftarrow 2)}} = N \cdot (i_{SWAP} - i_{(1\to 2)} + 1)$$
$$(P_0)'_{\hat{q}_{(0\leftarrow 3)}} = N \cdot i_{SWAP}$$
$$(P_0)'_{\hat{q}_{(0\leftarrow 4)}} = N \cdot (i_{SWAP} + 1)$$

Чувствительности (при $i_{(1\to 2)} = 0{,}0489$):

$$\Delta_2^* = 10{,}000 \cdot (0{,}0483 - 0{,}0489 + 1) \cdot 0{,}9262 = 9{,}709{,}35$$
$$\Delta_3^* = 10{,}000 \cdot 0{,}0483 \cdot 0{,}8370 = 404{,}27$$
$$\Delta_4^* = 10{,}000 \cdot (0{,}0483 + 1) \cdot 0{,}8262 = 8{,}661{,}05$$

Матрица дисперсий-ковариаций для сроков 2, 3, 4:

$$\Sigma_{2,3,4} = \begin{pmatrix} 0{,}000024 & 0{,}000008 & 0{,}000005 \\ 0{,}000008 & 0{,}000028 & 0{,}000003 \\ 0{,}000005 & 0{,}000003 & 0{,}000030 \end{pmatrix}$$

$$VaR(10, 99\%) = \sqrt{(9{,}709{,}35 \quad 404{,}27 \quad 8{,}661{,}05) \cdot \Sigma_{2,3,4} \cdot \begin{pmatrix} 9{,}709{,}35 \\ 404{,}27 \\ 8{,}661{,}05 \end{pmatrix}} \cdot \sqrt{10} \cdot F^{-1}(0{,}01) = 535{,}18 \text{ EUR}$$

Риск форвардного свопа при периоде удержания 10 дней составляет **535,18 EUR**.

0.5. Риск валютных свопов

Валютные свопы — это обменные операции, при которых контрагенты договариваются в определённый момент обменять два объёма в разных валютах, включая начисленные проценты. Проценты могут быть фиксированными или переменными.

Один процентный платёж (Пример 1 из раздела ??)

Приведённая стоимость с точки зрения плательщика EUR:

$$\begin{aligned} BW_0(\text{EUR}) = &\left(K(\text{EUR}) + K(\text{EUR}) \cdot i_{EUR(0\to 1)}\right) \cdot \hat{q}_{EUR(0\leftarrow 1)} \\ &- \left(K(\text{USD}) + K(\text{USD}) \cdot i_{USD(0\to 1)}\right) \cdot wk_0(\text{EUR,USD}) \cdot \hat{q}_{USD(0\leftarrow 1)} \end{aligned}$$

Факторы риска: $\hat{q}_{EUR(0\leftarrow 1)}$ и $\hat{q}_{USD(0\leftarrow 1)}$.

Пример 1: 1 000 000 EUR обменивается на 1 190 476,19 USD; $wk_0 = 0{,}84$; $i_{EUR} = 0{,}04$; $i_{USD} = 0{,}05$; $\hat{q}_{EUR(0\leftarrow 1)} = 0{,}971440$; $\hat{q}_{USD(0\leftarrow 1)} = 0{,}966184$.

$$BW_0(\text{EUR}) = 1{,}040{,}000 \cdot 0{,}971440 - 1{,}250{,}000 \cdot 0{,}84 \cdot 0{,}966184 = -4{,}195{,}49 \text{ EUR}$$

Чувствительности:

$$\begin{aligned} \Delta^*_{EUR} &= 1{,}040{,}000 \cdot 0{,}971440 = 1{,}010{,}297{,}26 \\ \Delta^*_{USD} &= 1{,}250{,}000 \cdot 0{,}84 \cdot 0{,}966184 = 1{,}014{,}492{,}75 \end{aligned}$$

Матрица дисперсий-ковариаций ($\sigma^2_{EUR} = 0{,}000009$; $\sigma^2_{USD} = 0{,}000040$; ков $= 0{,}000005$):

$$\Sigma = \begin{pmatrix} 0{,}000009 & 0{,}000005 \\ 0{,}000005 & 0{,}000040 \end{pmatrix}$$

$$VaR(10, 99\%) = \sqrt{(1{,}010{,}297{,}26 \quad 1{,}014{,}492{,}75) \cdot \Sigma \cdot \begin{pmatrix} 1{,}010{,}297{,}26 \\ 1{,}014{,}492{,}75 \end{pmatrix}} \cdot \sqrt{10} \cdot F^{-1}(0{,}01) = -12{,}855{,}46 \text{ EUR}$$

Риск составляет **12 855,46 EUR**.

При другом обратном курсе ($wk_T = 0{,}88$): $\Delta^*_{USD} = 970{,}575{,}32$, $VaR(10, 99\%) = -35{,}096{,}31$ EUR.

Несколько процентных платёжных дат — фикс/фикс (Пример 2 из раздела ??)

1 000 000 EUR обменивается на 1 190 476,19 USD; срок 2 года; $i_{fix}(\text{EUR}) = 4\%$; $i_{fix}(\text{USD}) = 5\%$; $wk_0 = 0{,}84$.
Рыночные условия: $\hat{q}_{EUR(0\leftarrow 1)} = 0{,}9714$; $\hat{q}_{EUR(0\leftarrow 2)} = 0{,}9262$; $\hat{q}_{USD(0\leftarrow 1)} = 0{,}9662$; $\hat{q}_{USD(0\leftarrow 2)} = 0{,}9246$.
Процентные платежи: $Z_{fix}(\text{USD}) = 59{,}523{,}81$; $Z_{fix}(\text{EUR}) = 40{,}000$.
Приведённая стоимость (плательщик EUR):

$$\begin{aligned} BW_0(\text{EUR}) = &\ 40{,}000 \cdot 0{,}9714 + (1{,}000{,}000 + 40{,}000) \cdot 0{,}9262 \\ &- (59{,}523{,}81 \cdot 0{,}9662 + 1{,}250{,}000 \cdot 0{,}9246) \cdot 0{,}84 = -17{,}036{,}00 \text{ EUR} \end{aligned}$$

Чувствительности:

$$\begin{aligned} \Delta^*_{\hat{q}_{EUR(0\leftarrow 1)}} &= 40{,}000 \cdot 0{,}9714 = 38{,}856{,}00 \\ \Delta^*_{\hat{q}_{EUR(0\leftarrow 2)}} &= 1{,}040{,}000 \cdot 0{,}9262 = 963{,}248{,}00 \\ \Delta^*_{\hat{q}_{USD(0\leftarrow 1)}} &= -59{,}523{,}81 \cdot 0{,}9662 \cdot 0{,}84 = -48{,}310{,}00 \\ \Delta^*_{\hat{q}_{USD(0\leftarrow 2)}} &= -1{,}250{,}000 \cdot 0{,}9246 \cdot 0{,}84 = -970{,}830{,}00 \end{aligned}$$

Матрица дисперсий-ковариаций:

$$\Sigma = \begin{pmatrix} 0{,}000009 & 0{,}000005 & 0{,}000005 & 0{,}000008 \\ 0{,}000005 & 0{,}000040 & 0{,}000006 & 0{,}000012 \\ 0{,}000005 & 0{,}000006 & 0{,}000024 & 0{,}000010 \\ 0{,}000008 & 0{,}000012 & 0{,}000010 & 0{,}000028 \end{pmatrix}$$

$$VaR(1, 99\%) = \sqrt{(38{,}856 \quad 963{,}248 \quad -48{,}310 \quad -970{,}830) \cdot \Sigma \cdot \begin{pmatrix} 38{,}856 \\ 963{,}248 \\ -48{,}310 \\ -970{,}830 \end{pmatrix}} \cdot \sqrt{1} \cdot F^{-1}(0{,}01) = -14{,}943{,}36 \text{ EUR}$$

Риск за 1 день составляет **14 943,36 EUR**. За 10 дней: $-14{,}943{,}36 \cdot \sqrt{10} = -47{,}255{,}06$ EUR.

0.6. Риск золотых свопов

Исходный пункт — ценовая функция P_{t_0} (раздел **??**):

$$P_{t_0}(W1) = G \cdot P_{t_0}(\text{GOLD}, W1) - K_{t_0}(W1) \cdot (1 + i_{\frac{T-t_0}{360}}) \cdot q_{REAL}$$

Единственным фактором риска является дисконтирующий множитель $q_{REAL} = \frac{1}{1+i_{REAL,W1}(t_0 \to T)}$.
Чувствительность:

$$\Delta^*_{q_{REAL}} = -K_{t_0}(W1) \cdot (1 + i_{\frac{T-t_0}{360}}) \cdot q_{REAL}(t_0)$$

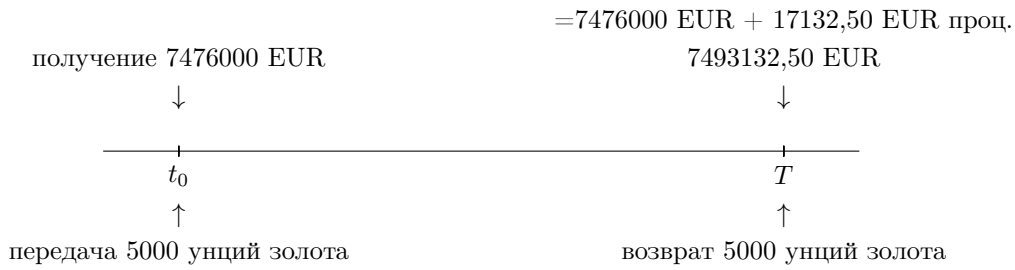
Value at Risk:

$$VaR_P(t_0, p) = \Delta^*_{q_{REAL}} \cdot \sigma_q \cdot \sqrt{\Delta t} \cdot F^{-1}_{X_{norm}}(p)$$

Пример (с точки зрения золотодателя, EUR):

$G = 5{,}000$ тройских унций; P_{t_0}(GOLD,EUR) = 1,495,20 EUR/унц.; K_{t_0}(EUR) = 7,476,000 EUR; срок 1 месяц; $i = 0{,}0275$ г.г.; $q_{REAL} = 0{,}99771$.
Общая сумма возврата: $K_T(\text{EUR}) = 7{,}476{,}000 \cdot (1 + \frac{0{,}0275}{12}) = 7{,}493{,}132{,}50$ EUR.

Денежные потоки с точки зрения центрального банка:



Чувствительность:

$$\Delta^*_{q_{REAL}} = -7{,}476{,}000 \cdot (1 + \tfrac{0{,}0275}{12}) \cdot 0{,}99771 = -7{,}475{,}002{,}29$$

Из Приложения **??**: $\sigma^2 = 0{,}000002$; $\sigma = 0{,}001414$.

$$VaR_P(t_0, 99\%) = -7{,}475{,}002{,}29 \cdot 0{,}001414 \cdot 1 \cdot (-2{,}3263) = 24{,}588{,}18 \text{ EUR}$$

Риск при уровне доверия 99% за 1 день составляет **24 588,18 EUR**.

Риск в домашней валюте W2 золотодателя (например, SOM):

При домашней валюте W2 возникает дополнительный фактор риска — обменный курс $wk(W2/W1)$.
Ценовая функция:

$$P_{t_0}(W2) = K_{t_0}(W1) \cdot wk_{t_0}(W2/W1) - K_{t_0}(W1) \cdot (1 + i_{\frac{T-t_0}{360}}) \cdot wk_{t_0}(W2/W1) \cdot q_{REAL}$$

Чувствительности:

$$\Delta^*_{q_{REAL}} = -K_{t_0}(W1) \cdot (1 + i_{\frac{T-t_0}{360}}) \cdot wk_{t_0}(W2/W1) \cdot q_{REAL}(t_0)$$
$$\Delta^*_{wk} = [K_{t_0}(W1) - K_{t_0}(W1) \cdot (1 + i_{\frac{T-t_0}{360}}) \cdot q_{REAL}(t_0)] \cdot wk_{t_0}(W2/W1)$$

Пример (wk_{t_0}**(SOM/EUR)** $= 13{,}76$**;** $i_{REAL,SOM} = 12\%$**):**

$$\Delta^*_{q_{REAL}} = -7{,}476{,}000 \cdot (1 + \tfrac{0{,}0275}{12}) \cdot 13{,}76 \cdot \tfrac{1}{1+0{,}12/12} = -102{,}084{,}656{,}63$$
$$\Delta^*_{wk} = [7{,}476{,}000 - 7{,}476{,}000 \cdot (1 + \tfrac{0{,}0275}{12}) \cdot \tfrac{1}{1+0{,}12/12}] \cdot 13{,}76 = 785{,}103{,}37$$

Матрица дисперсий-ковариаций ($\sigma^2_{qREAL} = 0{,}000009$; $\sigma^2_{wk} = 0{,}000040$; ков $= 0{,}000005$):

$$\Sigma = \begin{pmatrix} 0{,}000009 & 0{,}000005 \\ 0{,}000005 & 0{,}000040 \end{pmatrix}$$

$$VaR(1, 99\%) = \sqrt{(-102{,}084{,}657 \quad 785{,}103) \cdot \Sigma \cdot \begin{pmatrix} -102{,}084{,}657 \\ 785{,}103 \end{pmatrix}} \cdot \sqrt{1} \cdot F^{-1}(0{,}01) = -235{,}665{,}55 \text{ SOM}$$

Риск при уровне доверия 99% за 1 день составляет **235 665,55 SOM**.

Литература

[Böh21] Böhme, Wolfgang: *Finanzmathematik*. Skript, März 2021.

[Wie18] Wiedemann, Arnd: *Financial Engineering*. efiport GmbH, 2018.