Дерево решений

Теория, метод Rollback и описание инструмента

Русский

Вольфганг Бёме

wolfgang.boehme@economic-modeling.de

www.economic-modeling.de

25 октября 2026 г.

Полное введение с разобранным примером и описанием инструмента

Документация на этом сайте разработана при поддержке ИИ Claude (Anthropic).

Содержание

1 Введение **2**

2 Основные понятия **2**

3 Метод Rollback (обратная индукция) **3**

4 Полный пример **3**
4.1 Постановка задачи 3
4.2 Вычисление методом Rollback 4
4.3 Графическое представление 5
4.4 Сводка ожидаемых значений 5

5 Описание инструмента **6**
5.1 Построение дерева 6
5.2 Результаты 6

6 Итоги **7**

1. Введение

Дерево решений моделирует последовательные задачи принятия решений, в которых чередуются решения и случайные события. Оно расширяет простую таблицу решений на *многоступенчатые* ситуации.

Типичные применения

- Инвестиционные решения с несколькими этапами
- Разработка продукта с риском выхода на рынок
- Медицинские решения о лечении
- Корпоративные стратегии с реакцией конкурентов

2. Основные понятия

Определение: Типы узлов

Дерево решений состоит из трёх типов узлов:

- **Узел решения** (прямоугольник, синий): ЛПР выбирает ветвь. Оптимальный выбор: ветвь с наибольшим ожидаемым значением.
- **Узел случая** (круг, оранжевый): природа выбирает ветвь согласно вероятностям $p_i \geq 0$, $\sum_i p_i = 1$.
- **Узел исхода** (прямоугольник, зелёный): конечный узел с выплатой e.

Определение: Ожидаемое значение узла

Ожидаемое значение (ОЗ) вычисляется рекурсивно от листьев к корню (**метод Rollback**):

$$\text{ОЗ}(\text{Исход}) = e \qquad \text{(выплата)}$$

$$\text{ОЗ}(\text{Узел случая}) = \sum_i p_i \cdot \text{ОЗ}(\text{Дочерний}_i)$$

$$\text{ОЗ}(\text{Узел решения}) = \max_i \ \text{ОЗ}(\text{Дочерний}_i)$$

3. Метод Rollback (обратная индукция)

Алгоритм: Rollback

1. Начинаем с **узлов исхода** (листьев) — ОЗ = выплата.
2. Вычисляем в обратном направлении к корню:
   - **Узел случая:** $\text{ОЗ} = \sum_i p_i \cdot \text{ОЗ}_i$
   - **Узел решения:** $\text{ОЗ} = \max_i \text{ОЗ}_i$, неоптимальные ветви *отсекаются*.
3. ОЗ корня = оптимальное ожидаемое значение проекта.

Теорема: Оптимальность Rollback

Метод Rollback даёт **глобально оптимальную стратегию** — правило решения, максимизирующее ожидаемое значение по всем возможным сценариям будущего. Это следует из *принципа оптимальности* (Беллман, 1957).

4. Полный пример

4.1. Постановка задачи

Пример: Разработка продукта (двухступенчатая)

Компания принимает решение о разработке нового продукта.

Ступень 1 — Решение о разработке:

- **Разрабатывать** (затраты: 50): ведёт к узлу случая «Тест рынка».
- **Не разрабатывать**: выплата 0.

Ступень 2 — Тест рынка (узел случая):

- **Положительный** ($P = 0{,}6$): второе решение — Крупная или Малая серия.
- **Отрицательный** ($P = 0{,}4$): проект закрыт, выплата -50.

Ступень 3 — Решение о серии (при положительном тесте):

- **Крупная серия**: Бум ($P = 0{,}7$, прибыль 300) или Провал ($P = 0{,}3$, убыток -100).
- **Малая серия**: Бум ($P = 0{,}7$, прибыль 120) или Провал ($P = 0{,}3$, прибыль 20).

Все суммы в тыс. евро, нетто после затрат на разработку.

4.2. Вычисление методом Rollback

Шаг 1 — Узлы исхода: Крупная серия-Бум: 300, Крупная-Провал: -100, Малая-Бум: 120, Малая-Провал: 20, Отрицательный: -50, Не разрабатывать: 0.

Шаг 2 — Узел случая «Крупная серия»:

$$\text{ОЗ}_{\text{Кр}} = 0{,}7 \cdot 300 + 0{,}3 \cdot (-100) = 210 - 30 = \mathbf{180}$$

Шаг 3 — Узел случая «Малая серия»:

$$\text{ОЗ}_{\text{Мл}} = 0{,}7 \cdot 120 + 0{,}3 \cdot 20 = 84 + 6 = \mathbf{90}$$

Шаг 4 — Узел решения «Решение о серии»:

$$\text{ОЗ}_{\text{Серия}} = \max(180,\ 90) = \mathbf{180} \quad \Rightarrow \text{Крупная серия}$$

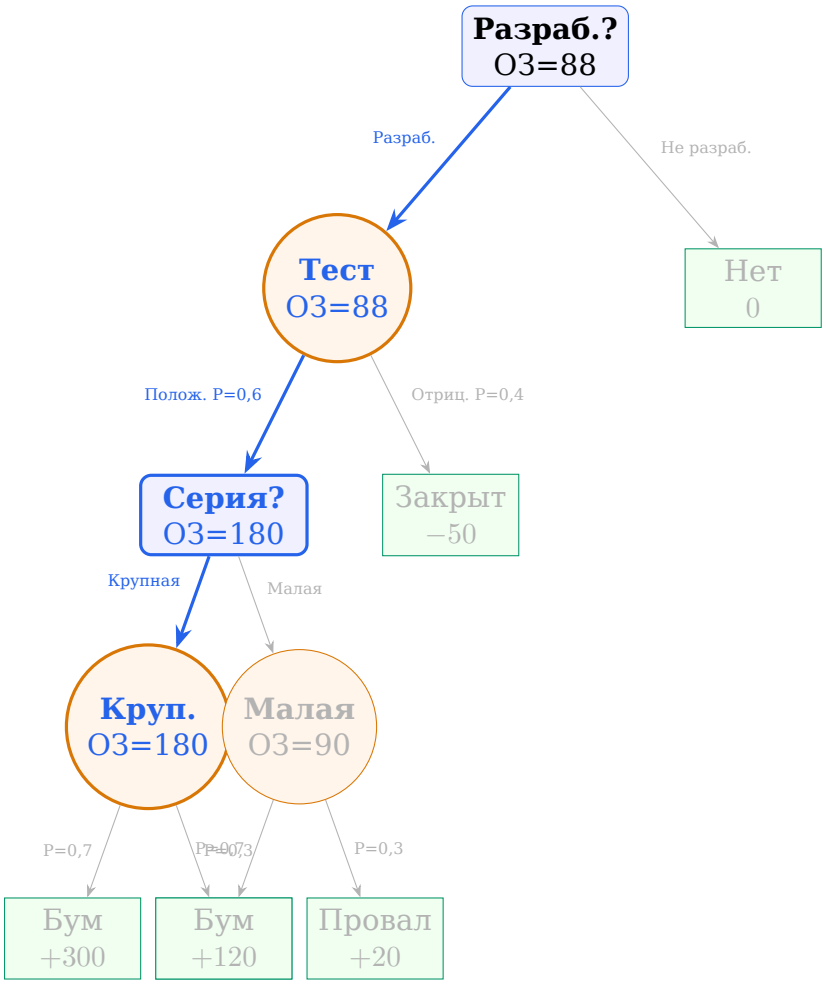
Шаг 5 — Узел случая «Тест рынка»:

$$\text{ОЗ}_{\text{Тест}} = 0{,}6 \cdot 180 + 0{,}4 \cdot (-50) = 108 - 20 = \mathbf{88}$$

Шаг 6 — Узел решения «Разрабатывать?»:

$$\text{ОЗ}_{\text{Корень}} = \max(88,\ 0) = \mathbf{88} \quad \Rightarrow \text{Разрабатывать!}$$

4.3. Графическое представление



Оптимальная стратегия:

1. **Разрабатывать** (ОЗ = 88 > 0).
2. При **положительном** тесте: **Крупная серия** (ОЗ = 180 > 90).
3. При отрицательном тесте: проект закрыт.

4.4. Сводка ожидаемых значений

Узел	Тип	ОЗ	Оптимально?
Корень (Разрабатывать?)	Решение	88	Разрабатывать
Тест рынка	Случай	88	—
Решение о серии	Решение	180	Крупная серия
Крупная серия	Случай	180	—
Малая серия	Случай	90	—

5. Описание инструмента

Инструмент: Дерево решений

Интерактивный инструмент для построения и вычисления деревьев решений.

5.1. Построение дерева

Метод 1 — Вручную:

1. Нажать **+ Новое дерево** — появляется пустой корневой узел решения.
2. Ввести название.
3. Добавить дочерние узлы: **+Р** (решение), **+С** (случай), **+И** (исход).
4. Для узлов случая: ввести вероятность (сумма = 1).
5. Для узлов исхода: ввести выплату.
6. Нажать **Рассчитать и Нарисовать**.

Метод 2 — Загрузка CSV:

Столбец	Значение
`id`	Уникальный идентификатор строки
`тип`	`dec` / `chance` / `leaf`
`название`	Название узла
`вер`	Вероятность (только для `chance`-узлов)
`выплата`	Выплата (только для `leaf`)
`родитель`	ID родительского узла

5.2. Результаты

- **Редактор узлов:** все узлы в виде списка с отображением ОЗ после расчёта.
- **SVG-дерево:** оптимальный путь выделен синим; узлы случая — круги, узлы решения — прямоугольники.
- **Проверка:** предупреждение, если вероятности узла случая не дают 1.
- **Экспорт CSV:** сохранение текущего дерева.

6. Итоги

Ключевые положения: Дерево решений

1. Деревья решений моделируют **последовательные решения** в условиях риска.
2. Три типа узлов: **Решение** (выбирает лучшую ветвь), **Случай** (взвешенное среднее), **Исход** (выплата).
3. Метод **Rollback** вычисляет ОЗ от листьев к корню.
4. В узлах решения выбирается ветвь с **максимальным ОЗ**.
5. Результат — **глобально оптимальная стратегия** (принцип Беллмана).
6. Инструмент поддерживает ручной ввод, CSV-импорт/экспорт и два примера.
