Таблица решений

Принятие решений в условиях неопределённости

Максимакс, Максимин, Гурвиц, Лаплас и Минимакс сожаления

Русский

Вольфганг Бёме

wolfgang.boehme@economic-modeling.de

www.economic-modeling.de

25 октября 2026 г.

Полное введение с пятью правилами решений и разобранным примером

Документация на этом сайте разработана при поддержке ИИ Claude (Anthropic).

Содержание

1 Введение и мотивация **2**

2 Основные понятия **2**

3 Правила принятия решений **3**
3.1 Правило Максимакс (оптимист) 3
3.2 Правило Максимин (пессимист, Вальд) 3
3.3 Правило Гурвица 3
3.4 Правило Лапласа 4
3.5 Правило Минимакс сожаления (Сэвидж) 4
3.6 Правило ожидаемого значения (при известных вероятностях) 4

4 Полный пример: производственное решение **5**
4.1 Применение всех правил 5
4.2 Сводка результатов 6

5 Описание инструмента **6**
5.1 Ввод данных 6
5.2 Результаты 6

6 Итоги **7**

1. Введение и мотивация

В задачах принятия решений лицо, принимающее решение (ЛПР), выбирает одну из нескольких **альтернатив**, не зная точно, какое **состояние природы** (внешние условия) реализуется.

Определение: Задача принятия решений при неопределённости

- **Альтернативы** $A_1, \ldots, A_m$: возможные решения ЛПР
- **Состояния природы** $S_1, \ldots, S_n$: внешние условия вне контроля ЛПР
- **Матрица выигрышей** $[a_{ij}]$: выигрыш при альтернативе A_i и состоянии S_j
- **Неопределённость**: вероятности состояний неизвестны
- **Риск**: вероятности состояний известны (субъективно или объективно)

Типичные применения

- Инвестиционные решения в условиях неопределённого рынка
- Производственное планирование при неизвестном спросе
- Стратегический выбор при конкурентной неопределённости
- Управление рисками в страховании

2. Основные понятия

Определение: Таблица решений

	S_1	S_2	$\cdots$
A_1	a_{11}	a_{12}	$\cdots$
A_2	a_{21}	a_{22}	$\cdots$
$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	

Строки = альтернативы, столбцы = состояния природы, ячейка a_{ij} = выигрыш (прибыль, полезность).

3. Правила принятия решений

3.1. Правило Максимакс (оптимист)

Правило Максимакс

Выбирается альтернатива с **наибольшим возможным выигрышем**:

$$A^* = \arg\max_i \max_j a_{ij}$$

Подход: «Самое лучшее, что может произойти.» Оптимистичный взгляд.
Критика: Игнорирует плохие исходы — рискованно.

3.2. Правило Максимин (пессимист, Вальд)

Правило Максимин

Выбирается альтернатива с **наибольшим минимальным выигрышем**:

$$A^* = \arg\max_i \min_j a_{ij}$$

Подход: «Гарантировать наилучший худший случай.» Пессимистичный взгляд.
Критика: Слишком консервативно — упускает хорошие возможности.

3.3. Правило Гурвица

Правило Гурвица

Компромисс между оптимизмом и пессимизмом через **индекс оптимизма** $\alpha \in [0, 1]$:

$$H_i = \alpha \cdot \max_j a_{ij} + (1 - \alpha) \cdot \min_j a_{ij}$$

$$A^* = \arg\max_i H_i$$

При $\alpha = 1$: Максимакс; **при** $\alpha = 0$: Максимин.
Типично: $\alpha = 0{,}5$ (нейтральный).

3.4. Правило Лапласа

Правило Лапласа

Все состояния считаются **равновероятными** (принцип недостаточного основания):

$$L_i = \frac{1}{n}\sum_{j=1}^{n} a_{ij}, \qquad A^* = \arg\max_i L_i$$

Подход: Без информации о вероятностях — предположить равенство.

3.5. Правило Минимакс сожаления (Сэвидж)

Правило Минимакс сожаления

Сожаление — разница между лучшим и фактическим выигрышем в данном состоянии:

$$r_{ij} = \max_k a_{kj} - a_{ij}$$

Выбирается альтернатива с **наименьшим максимальным сожалением**:

$$A^* = \arg\min_i \max_j r_{ij}$$

Подход: Минимизировать «упущенный выигрыш» в худшем случае.

3.6. Правило ожидаемого значения (при известных вероятностях)

Ожидаемое значение

Если вероятности p_j состояний известны:

$$EV_i = \sum_{j=1}^{n} p_j \cdot a_{ij}, \qquad A^* = \arg\max_i EV_i$$

4. Полный пример: производственное решение

Сценарий: Выбор объёма производства

Фирма выбирает один из трёх объёмов производства при трёх возможных состояниях рынка (выигрыши в тыс. евро):

	S_1: Высокий спрос	S_2: Средний спрос	S_3: Низкий спр
A_1: Малое произв.	200	150	100
A_2: Среднее произв.	300	200	50
A_3: Крупное произв.	500	100	-100

4.1. Применение всех правил

Правило Максимакс:

$$\max A_1 = 200, \quad \max A_2 = 300, \quad \max A_3 = 500$$

$\Rightarrow$ A_3 **(крупное производство)**

Правило Максимин:

$$\min A_1 = 100, \quad \min A_2 = 50, \quad \min A_3 = -100$$

$\Rightarrow$ A_1 **(малое производство)**

Правило Гурвица ($\alpha = 0{,}5$):

$$H_1 = 0{,}5 \cdot 200 + 0{,}5 \cdot 100 = 150, \quad H_2 = 175, \quad H_3 = 200$$

$\Rightarrow$ A_3 **(крупное производство)**

Правило Лапласа:

$$L_1 = \frac{200+150+100}{3} = 150, \quad L_2 = \frac{300+200+50}{3} = 183, \quad L_3 = \frac{500+100-100}{3} = 167$$

$\Rightarrow$ A_2 **(среднее производство)**

Матрица сожалений:

	S_1	S_2	S_3	Макс. сожаление
A_1	$500-200=300$	$200-150=50$	$100-100=0$	**300**
A_2	$500-300=200$	$200-200=0$	$100-50=50$	**200**
A_3	$500-500=0$	$200-100=100$	$100-(-100)=200$	**200**

$\Rightarrow$ A_2 **или** A_3 (оба с макс. сожалением 200)

4.2. Сводка результатов

Правило	Рекомендация
Максимакс	A_3 (крупное производство)
Максимин	A_1 (малое производство)
Гурвиц ($\alpha = 0{,}5$)	A_3
Лаплас	A_2 (среднее производство)
Минимакс сожаления	A_2 или A_3

Разные правила дают разные рекомендации — нет универсально «правильного» правила. Выбор зависит от **отношения ЛПР к риску**: оптимист выбирает Максимакс, пессимист — Максимин, нейтральный — Лаплас или Гурвиц.

5. Описание инструмента

Таблица решений — Интерактивный инструмент

Инструмент применяет все пять правил принятия решений одновременно.

5.1. Ввод данных

- **Альтернативы**: строки матрицы (названия редактируются).
- **Состояния природы**: столбцы (названия редактируются).
- **Выигрыши**: числа в ячейках (могут быть отрицательными).
- **Вероятности**: при включении флажка — для правила ожидаемого значения.
- **Индекс оптимизма** α: ползунок для правила Гурвица.

5.2. Результаты

- **Сводная рекомендация**: какое правило какую альтернативу рекомендует.
- **Детальная таблица**: промежуточные значения для каждого правила.
- **Матрица сожалений**: для правила Минимакс сожаления.

6. Итоги

Ключевые положения: Теория решений

1. Таблица решений моделирует выбор альтернативы при неизвестных состояниях природы.
2. **Максимакс**: наибольший возможный выигрыш — для оптимиста.
3. **Максимин** (Вальд): наилучший гарантированный минимум — для пессимиста.
4. **Гурвиц**: компромисс через индекс оптимизма $\alpha \in [0, 1]$.
5. **Лаплас**: равновероятные состояния — среднее значение строки.
6. **Минимакс сожаления** (Сэвидж): минимизировать упущенный выигрыш.
7. Разные правила дают разные ответы — выбор зависит от отношения к риску.
