Статическая модель Леонтьева

Руководство пользователя

с расширениями и анализом чувствительности

Русский

Вольфганг Бёме

wolfgang.boehme@economic-modeling.de

www.economic-modeling.de

4 ноября 2026 г.

Документация на этом сайте разработана при поддержке ИИ Claude (Anthropic).

Содержание

1 Введение **2**
- 1.1 Основные функции . . . 2
- 1.2 Размеры матриц . . . 2

2 Теоретические основы **2**
- 2.1 Базовая модель . . . 2
- 2.2 Конечное использование . . . 2
- 2.3 Анализ импорта . . . 3
- 2.4 Структура затрат и добавленная стоимость . . . 3
- 2.5 Модель цен (двойственная) . . . 4
- 2.6 Сателлитные счета: окружающая среда и занятость . . . 4

3 Данные **4**
- 3.1 Датабокс . . . 4
- 3.2 Примеры наборов данных . . . 5

4 Руководство пользователя **5**
- 4.1 Вкладка «Ввод» . . . 5
- 4.2 Вкладка «Расчёт» . . . 6
- 4.3 Вкладка «Ряд Неймана» . . . 6
- 4.4 Вкладка «Расширения» . . . 6
  - 4.4.1 Шаг 1: разложение конечного использования . . . 6
  - 4.4.2 Шаг 2: импорт . . . 6
  - 4.4.3 Шаг 3: добавленная стоимость и структура затрат . . . 6
  - 4.4.4 Шаг 4: модель цен . . . 7
  - 4.4.5 Шаг 5: сателлитные счета . . . 7
- 4.5 Вкладка «Чувствительность» . . . 7
- 4.6 Вкладка «Экспорт» . . . 7

5 Помощь в интерпретации **7**
- 5.1 Производственные мультипликаторы . . . 7
- 5.2 Доля импорта . . . 8
- 5.3 Доля добавленной стоимости . . . 8
- 5.4 Интенсивность сателлитных счетов . . . 8

6 Пример порядка работы **8**

7 Ограничения **9**

8 Устранение неполадок **9**
- 8.1 «Сумма не совпадает» (шаг 1) . . . 9
- 8.2 Предупреждение «сумма коэффициентов отличается от 1» (шаг 3) 9
- 8.3 Датабокс пуст или примеры отсутствуют . . . 9
- 8.4 Экспорт не работает . . . 9

9 Рекомендации **9**

1. Введение

Инструмент реализует расширенную статическую модель Леонтьева с широкими возможностями анализа: разложение конечного использования, анализ импорта, структура затрат и добавленная стоимость, модель цен, сателлитные счета (окружающая среда и занятость) и анализ чувствительности.

1.1. Основные функции

- Базовая модель Леонтьева $\mathbf{X} = (\mathbf{E} - \mathbf{A})^{-1}\mathbf{Y}$
- Конечное использование: $\mathbf{Y} = \mathbf{C} + \mathbf{I} + \mathbf{V} + \mathbf{E}$
- Анализ импорта (до трёх групп импорта)
- Структура затрат и добавленная стоимость (оплата труда, прибыль, налоги, импорт)
- Двойственная модель цен
- Сателлитные счета: CO_2, энергия, занятость
- Анализ чувствительности с диаграммой-торнадо
- Экспорт полных таблиц затраты–выпуск

1.2. Размеры матриц

- Обращение $(\mathbf{E} - \mathbf{A})$ непосредственно в браузере до 150×150 (например, Германия 72×72).
- Для бóльших матриц: загрузить заранее рассчитанную обратную матрицу в формате CSV.
- Анализ чувствительности: до 30×30.

2. Теоретические основы

2.1. Базовая модель

$$\mathbf{X} = (\mathbf{E} - \mathbf{A})^{-1} \cdot \mathbf{Y} = \mathbf{L} \cdot \mathbf{Y} \tag{1}$$

с обратной матрицей Леонтьева $\mathbf{L} = (\mathbf{E}-\mathbf{A})^{-1}$. Ряд Неймана $\mathbf{L} = \mathbf{E}+\mathbf{A}+\mathbf{A}^2+\ldots$ показывает раунды производства.

2.2. Конечное использование

$$\mathbf{Y} = \mathbf{C} + \mathbf{I} + \mathbf{V} + \mathbf{E} \tag{2}$$

- **C**: потребление (домашние хозяйства и государство)
- **I**: валовое накопление основного капитала
- **V**: изменение запасов (может быть отрицательным)

- **E**: экспорт

Если набор данных не содержит **E**, он рассчитывается как остаток:

$$\mathbf{E} = \mathbf{Y} - \mathbf{C} - \mathbf{I} - \mathbf{V} \tag{3}$$

Вследствие линейности производственные эффекты равны $\mathbf{X} = \mathbf{LC} + \mathbf{LI} + \mathbf{LV} + \mathbf{LE}$.

2.3. Анализ импорта

Доли импорта по группе продуктов g и сектору j (доля выпуска):

$$Im_{g,j} = m_{g,j} \cdot X_j, \qquad Im_j = \sum_{g=1}^{G} Im_{g,j} \tag{4}$$

- $m_{g,j}$: импорт группы g на единицу выпуска сектора j (0–1)
- $G \leq 3$ группы; примерные данные: сырьё, полуфабрикаты, услуги; Destatis: импортные промежуточные затраты

2.4. Структура затрат и добавленная стоимость

Столбец j таблицы затраты–выпуск описывает затраты сектора j:

$$X_j = \underbrace{\sum_{i=1}^{n} a_{ij} X_j}_{\text{промежуточные затраты}} + \underbrace{M_j}_{\text{импорт}} + \underbrace{L_j + G_j + T_j}_{\text{добавленная стоимость}} \tag{5}$$

В коэффициентах (долях выпуска):

$$\sum_{i=1}^{n} a_{ij} + m_j + l_j + g_j + t_j = 1 \tag{6}$$

- Промежуточные затраты: сумма столбца **A**, умноженная на X_j
- m_j: доля импорта (сумма групп импорта)
- l_j: оплата труда (оплата труда работников)
- g_j: прибыль (валовая прибыль, включая амортизацию)
- t_j: налоги за вычетом субсидий (могут быть отрицательными)

$$\text{ВДС}_j = L_j + G_j + T_j \tag{7}$$

Примечание о данных Destatis: помимо прочих налогов на производство, t_j содержит также налоги на продукты. Поэтому $L_j + G_j + T_j$ несколько больше валовой добавленной стоимости в национальных счетах.

2.5. Модель цен (двойственная)

$$\mathbf{p}^T = \mathbf{p}^T\mathbf{A} + \mathbf{v}^T \quad \Rightarrow \quad \mathbf{p}^T = \mathbf{v}^T(\mathbf{E} - \mathbf{A})^{-1} \tag{8}$$

- **p**: индекс цен по сектору (база 1)
- **v**: затраты первичных ресурсов на единицу выпуска

Из датабокса используется **v** = доля валовой добавленной стоимости. Поскольку импортные промежуточные затраты не учтены, $\sum_i a_{ij} + v_j < 1$ и, следовательно, $p_j < 1$. При v_j = доля добавленной стоимости плюс доля импорта $p_j = 1$. Для изменений затрат:

$$\Delta\mathbf{p}^T = \Delta\mathbf{v}^T(\mathbf{E} - \mathbf{A})^{-1} \tag{9}$$

(например, повышение заработной платы в одном секторе). Ценовой мультипликатор p_j/v_j показывает значение затрат предшествующих стадий.

2.6. Сателлитные счета: окружающая среда и занятость

$f_{k,j}$ — показатель k на единицу выпуска сектора j:

$$D_{k,j} = f_{k,j} \cdot X_j \qquad \text{(прямые)} \tag{10}$$

$$I_{k,j} = \sum_{i=1}^{n} f_{k,i}\, a_{ij}\, X_j \qquad \text{(косвенные, первая ступень поставок)} \tag{11}$$

$$T_{k,j} = D_{k,j} + I_{k,j} \qquad \text{(всего)} \tag{12}$$

Полная интенсивность по всем ступеням поставок: $\mathbf{f}_k^T(\mathbf{E} - \mathbf{A})^{-1}$.

- Примерные данные: CO_2 (т), энергия (МВт·ч) и занятость (занятые) на единицу выпуска
- Destatis: занятые на млн EUR выпуска
- Не более трёх показателей одновременно

3. Данные

3.1. Датабокс

Все русскоязычные IO-инструменты используют общий датабокс. Он хранится в браузере (localStorage) и у каждого браузера свой; немецкие и английские инструменты используют собственные датабоксы. Примеры наборов данных добавляются автоматически при первом открытии инструмента. В управлении датабоксом наборы данных можно экспортировать (JSON, CSV, Excel) и импортировать.

3.2. Примеры наборов данных

Набор данных	Конечн. использ.	Доп. векторы
Пример 5×5 открытая экономика	C, I, V, E	все (фиктивные)
Пример 3×3 – 10×10 (ZIP)	C, I; V = E = 0	все (фиктивные)
Германия 2022: 72×72, 20×20, 15×15	C, I, V, E	Destatis

Фиктивные дополнительные векторы (примеры 5×5 и ZIP): доли импорта в трёх группах (сырьё, полуфабрикаты, услуги), валовая добавленная стоимость, оплата труда, прибыль и налоги как доли выпуска, коэффициенты CO_2, энергии и занятости. Доли удовлетворяют условию: сумма столбца **A** + импорт + оплата труда + прибыль + налоги = 1.

Пример *5×5 открытая экономика* имеет поименованные секторы (сельское хозяйство, промышленность, энергетика, строительство, услуги) и позволяет рассчитать все расширения. Примеры из ZIP описывают замкнутую экономику ($\mathbf{Y} = \mathbf{C} + \mathbf{I}$), так как на них опирается динамическая модель.

Данные Destatis: Федеральное статистическое ведомство Германии (Statistisches Bundesamt), таблицы затраты–выпуск 2022 (таблицы 81511-03 и 81511-07), Datenlizenz Deutschland – Namensnennung – Version 2.0. Дополнительные векторы: валовая добавленная стоимость, оплата труда, прибыль, налоги, импорт (доли), занятые на млн EUR, выпуск; кроме того, иллюстративная матрица капитала для динамической модели. Названия секторов соответствуют классификации продукции CPA.

4. Руководство пользователя

4.1. Вкладка «Ввод»

Способ ввода (поле выбора):

- **Датабокс** (по умолчанию): кнопка `Загрузить данные из датабокса` открывает список примеров и собственных наборов данных. После выбора список закрывается.
- **Ручной ввод**: размер матрицы от 3×3 до 6×6, поля для **A** и **Y**.
- **Загрузка CSV**: матрица **A**, вектор **Y** и при необходимости обратная матрица. Запятая, точка с запятой или табуляция; допускаются десятичная запятая, строка заголовка и названия секторов.

Отображение загруженного набора данных:

- Название, источник, сумма **Y**, скаляры (например, B_I), указание на матрицу капитала
- Матрица **A** с **Y** (начиная с 10 секторов — фрагмент 10×10)
- Таблица *Конечное использование и дополнительные векторы по секторам*: **Y**, C, I, V, E и все дополнительные векторы со строкой сумм; отсутствующий E рассчитывается и помечается
- `Показать полностью` показывает все строки и столбцы

Затем нажмите `Рассчитать`.

4.2. Вкладка «Расчёт»

Показывает обратную матрицу Леонтьева, вектор выпуска **X** и производственные мультипликаторы.

4.3. Вкладка «Ряд Неймана»

Приближение $\mathbf{L} \approx \mathbf{E} + \mathbf{A} + \ldots + \mathbf{A}^k$ с диаграммой сходимости (точность 10^{-4}, не более 50 членов).

4.4. Вкладка «Расширения»

На каждом шаге кнопка `Загрузить значения` загружает подходящие векторы из загруженного набора данных. Если их нет, используются примерные значения. Значения показываются в таблице (строка = сектор, столбец = вектор) и могут быть изменены. Требуется расчёт на вкладке «Ввод».

Кроме того, отдельные векторы можно загрузить через `Импорт CSV` (шаги 1–3): n значений в одной строке или вертикально; запятая, точка с запятой или табуляция; десятичная запятая только при точке с запятой или табуляции. Значения перезаписывают соответствующий столбец таблицы; их число должно совпадать с размерностью.

4.4.1. Шаг 1: разложение конечного использования

Ввод: столбцы C, I, V и E; **Y** показан для сравнения. Если E в наборе данных отсутствует, столбец содержит рассчитанное значение $\mathbf{Y} - \mathbf{C} - \mathbf{I} - \mathbf{V}$. Без значений из набора данных: примерное разложение 60 % потребление, 20 % инвестиции, 2 % запасы, остальное экспорт. Импорт CSV для C, I, V и E.

Проверка: $\mathbf{C} + \mathbf{I} + \mathbf{V} + \mathbf{E} = \mathbf{Y}$; отклонение показывается.

Результат: таблица по секторам с суммами и долями **Y**.

4.4.2. Шаг 2: импорт

Ввод: число групп импорта (1–3) и доли импорта $m_{g,j}$. Из датабокса берутся все векторы, название которых содержит «Импорт» (или «Import»).

Результат: выпуск, промежуточные затраты, импорт по группам и сумма по сектору; столбчатая диаграмма с накоплением.

4.4.3. Шаг 3: добавленная стоимость и структура затрат

Предпосылка: шаг 1 рассчитан.

Ввод: коэффициенты оплаты труда, прибыли, налогов и импорта (доли выпуска). Из датабокса: векторы с «Оплата», «Прибыль», «Налоги» в названии; импорт = сумма всех векторов импорта. Импорт CSV для импорта, оплаты труда, прибыли и налогов.

Проверка: сумма столбца **A** + оплата труда + прибыль + налоги + импорт ≈ 1 по каждому сектору (допуск 0,1); при отклонении инструмент запрашивает подтверждение.

Результат: выпуск, промежуточные затраты, оплата труда, прибыль, налоги, импорт и ВДС по секторам; диаграмма.

4.4.4. Шаг 4: модель цен

Ввод: вектор **v**; из датабокса — доля валовой добавленной стоимости.
Расчёт: $\mathbf{p}^T = \mathbf{v}^T(\mathbf{E} - \mathbf{A})^{-1}$.
Результат: v_j, p_j и ценовой мультипликатор p_j/v_j по секторам; диаграмма.
Интерпретация: высокий мультипликатор указывает на сильные межотраслевые взаимосвязи. О $p < 1$ см. раздел 2.5.

4.4.5. Шаг 5: сателлитные счета

Ввод: число показателей (1–3) и коэффициенты $f_{k,j}$. Из датабокса берутся векторы с «CO2», «выброс», «энерг» или «занят» (а также английскими и немецкими аналогами) в названии; заголовки столбцов показывают их названия.
Результат: прямые, косвенные и совокупные значения по секторам, средняя интенсивность; столбчатая диаграмма с накоплением.

4.5. Вкладка «Чувствительность»

Каждый анализ изменяет один параметр на $\pm\Delta$ % (по умолчанию 10 %, не более 50 %) и показывает эффект. `Анализировать все …` оценивает все параметры одного вида; `Построить диаграмму-торнадо` упорядочивает их по силе влияния. Доступно до 30×30.

Анализ	Изменяемый параметр	Предпосылка
Матрица A	коэффициент a_{ij}; эластичность $\varepsilon = \frac{\Delta X/X}{\Delta a/a}$	базовый расчёт
Конечное использование	C, I или E сектора	шаг 1
Импорт	доля импорта группы и сектора	шаг 2
Цены	v_j сектора	шаг 4
Окружающая среда	коэффициент $f_{k,j}$	шаг 5

4.6. Вкладка «Экспорт»

- `Экспортировать все результаты`: базовая таблица ЗВ, таблица с разложением конечного использования ($\mathbf{Y} = \mathbf{C} + \mathbf{I} + \mathbf{V} + \mathbf{E}$), группы импорта, компоненты добавленной стоимости, результаты модели цен и экологической модели; один CSV-файл с разделами.
- `Экспортировать только таблицы ЗВ`: только таблицы затраты–выпуск.
- `Экспорт результатов чувствительности` (вкладка «Чувствительность»).

5. Помощь в интерпретации

5.1. Производственные мультипликаторы

Суммы столбцов **L**: совокупный выпуск на единицу конечного спроса сектора.

Мультипликатор	Интерпретация	Пример
$< 1{,}2$	слабые взаимосвязи	услуги
$1{,}2 - 1{,}8$	средние взаимосвязи	обрабатывающая промышленность
$> 1{,}8$	сильные взаимосвязи	автомобильная промышленность

5.2. Доля импорта

$$q_{Im,j} = \frac{\sum_g Im_{g,j}}{X_j} \tag{13}$$

$< 0{,}2$: низкая, $0{,}2 - 0{,}5$: средняя, $> 0{,}5$: высокая импортозависимость.

5.3. Доля добавленной стоимости

$$q_{\text{ВДС},j} = \frac{\text{ВДС}_j}{X_j} \tag{14}$$

Типичные значения: услуги 0,6–0,8; обрабатывающая промышленность 0,3–0,5; добыча сырья 0,2–0,4.

5.4. Интенсивность сателлитных счетов

$$\varepsilon_k = \frac{\sum_j T_{k,j}}{\sum_j X_j} \tag{15}$$

Выявление «горячих точек», например для климатической политики или эффектов занятости.

6. Пример порядка работы

Полный анализ с примером *5×5 открытая экономика*:

1. **Ввод:** `Загрузить данные из databokca`, выбрать пример 5×5, проверить данные, `Рассчитать`.
2. **Шаг 1:** `Загрузить значения` → C, I, V, E перенесены → `Рассчитать`; проверить сумму = Y.
3. **Шаг 2:** `Загрузить значения` → три группы импорта → `Рассчитать`; выявить импортоёмкие секторы.
4. **Шаг 3:** `Загрузить значения` → оплата труда, прибыль, налоги, импорт → `Рассчитать`; структура затрат по секторам.
5. **Шаг 4:** `Загрузить значения` → **v** → `Рассчитать`; сравнить ценовые мультипликаторы.
6. **Шаг 5:** `Загрузить значения` → CO_2, энергия, занятость → `Рассчитать`.
7. **Чувствительность:** определить критические коэффициенты с помощью диаграммы-торнадо.
8. **Экспорт:** `Экспортировать все результаты`.

С данными Destatis (15×15 или 20×20) шаги 1–5 выполняются так же; на шаге 2 тогда одна группа импорта, на шаге 5 — показатель «занятые».

7. Ограничения

- Обращение в браузере до 150×150; для бóльших матриц загрузить заранее рассчитанную обратную матрицу.
- Анализ чувствительности до 30×30.
- Чувствительности локальны и линейны; при больших изменениях выполнить пересчёт.
- Фиктивные дополнительные векторы примеров служат для иллюстрации, а не для анализа реальных экономик.

8. Устранение неполадок

8.1. «Сумма не совпадает» (шаг 1)

Проблема: $\mathbf{C} + \mathbf{I} + \mathbf{V} + \mathbf{E} \neq \mathbf{Y}$.
Решения: проверить ошибки округления, размерности и форматы CSV; задать E как остаток.

8.2. Предупреждение «сумма коэффициентов отличается от 1» (шаг 3)

Доли затрат сектора в сумме не дают 1. Проверьте, не отсутствует ли импорт и не введены ли доли в процентах вместо десятичных дробей.

8.3. Датабокс пуст или примеры отсутствуют

У каждого браузера свой датабокс; в приватных окнах он не сохраняется. Примеры можно восстановить в управлении датабоксом.

8.4. Экспорт не работает

1. Проверить настройки браузера (блокировка загрузок и всплывающих окон).
2. Убедиться, что нужные шаги рассчитаны.
3. Открыть консоль разработчика (F12).

9. Рекомендации

1. **Проверка:** учитывать контроли согласованности после каждого шага.
2. **Документирование:** фиксировать источники данных и допущения.
3. **Правдоподобие:** сравнивать со значениями из литературы.
4. **Чувствительность:** проверять устойчивость результатов.
5. **Резервное копирование:** регулярно экспортировать датабокс (JSON или Excel).