Statistik - 4. Zeitreihenanalyse Teil 2 -reduziert

Dr. Wolfgang Böhme

Januar 2013

- 4.1 Gleitende Durchschnitte
- 4.2 Exponetielle Glättung
- 4.3 Trendfunktionen
- 4.4 Filter
- **4.5 Saisonbereinigung**
- 4.6 Autokorrelation
- 4.7 Ausblick: Multiple Zeitreihenanalyse

4.5 Saisonbereinigungsverfahren - Gliederung

- **4.5.1 einführendes Beispiel**
- 4.5.2 Problemstellung
- 4.5.3 Einfache multiplikative Saisonbereinigung
- 4.5.4 Einfache additive Saisonbereinigung
- 4.5.5 Census-X12
- 4.5.6 Prognose mit Saisonbereinigungsverfahren

Zeitreihen - Erinnerung

Die unterjährige Zeitreihe $\{y_t,\ t = 1, 2, ..., n\}$ ist das Resultat des Zusammenwirkens von folgenden Komponenten:

- glatte Komponente (g_t) (Trendkomponente (T_t), Konjunkturkomponente oder zyklische Komponente (Z_t))
- Saisonkomponente (s_t)
- Irreguläre Komponente (i_t) (nicht auf (g_t) und (s_t) zurückführbar, Residualgröße)

zwei Zeitreihenmodelle (Verknüpfung der Komponenten)

1. additive Verknüpfung:

$$y_t = g_t + s_t + i_t$$

2. multiplikative Verknüpfung:

$$y_t = g_t \cdot s_t \cdot i_t$$

bisheriges Vorgehen bei saisonalem Einfluss

1. exponentielle Glättung mit Saisonkomponente
2. saisonale Differenz

exponentielles Glätten mit Saisonkomponent

Intension: Berücksichtigung des liearen Trends und einer Saisonkomponente

Gegeben sei die Zeitreihe $\{y_t,\ t = 1, 2, \ldots, n\}$ und die Trendkomponente T_t. Glättung nach HOLT:

$$\begin{aligned} y_t^* &= \alpha y_t + (1-\alpha)(y_{t-1}^* + T_{t-1}) \\ T_t &= \beta(y_t^* - y_{t-1}^*) + (1-\beta)T_{t-1} \end{aligned}$$

Einführung einer Trendkomponente $c_t \implies$ modifizierter Ansatz:
Additive Saisonkomponente:

$$\begin{aligned} y_t^* &= \alpha(y_t - c_{t-s}) + (1-\alpha)(y_{t-1}^* + T_{t-1}) \\ T_t &= \beta(y_t^* - y_{t-1}^*) + (1-\beta)T_{t-1} \\ c_t &= \gamma(y_t - y_t^*) + (1-\gamma)c_{t-s} \end{aligned}$$

Bemerkungen:

1. s = 12, wenn Monatsdaten
2. s = 4, wenn Quartalsdaten ...
3. auch multiplikative Verknüpfung möglich $\implies$ modifizierter Ansatz des Gleichungssystems

Beispiel

Housing starts USA 1959:1 bis 1991:4 Monatsdaten

Ausschnitt: 1985:1 bis 1988:12
Prognosezeitraum: 1989:1 bis 1989:12

- Excel: hs.xls
- SPSS: hs.sav

Glättungsverfahren 1

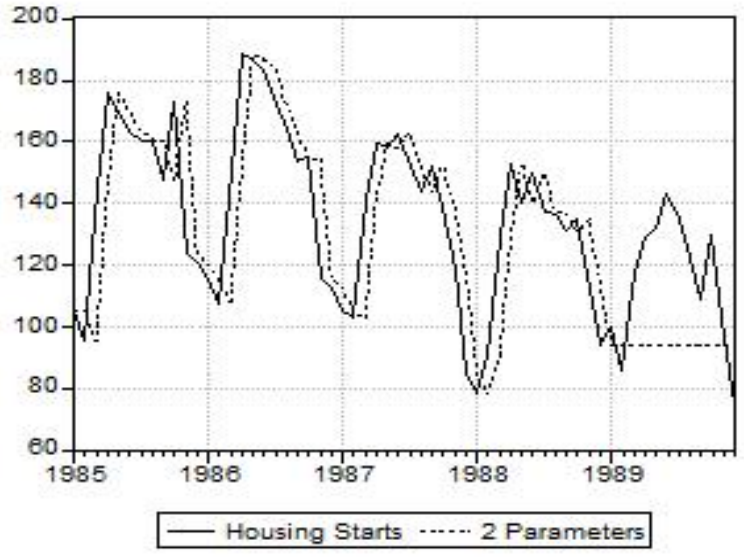
Beispiel HS.wf1 1985:1 bis 1988:12

Grafische Verifikation des Saisonmusters:



Glättungsverfahren 2

Parameters:	Alpha	1.0000
	Beta	0.0000
Sum of Squared Residuals		19521.35
Root Mean Squared Error		20.16667
End of Period Levels:	Mean	94.20000
	Trend	-0.012500



Prognose: y(T+k) = 94,2 –0,013*k

k=1: 94,2
k=1: 94,2
usw.

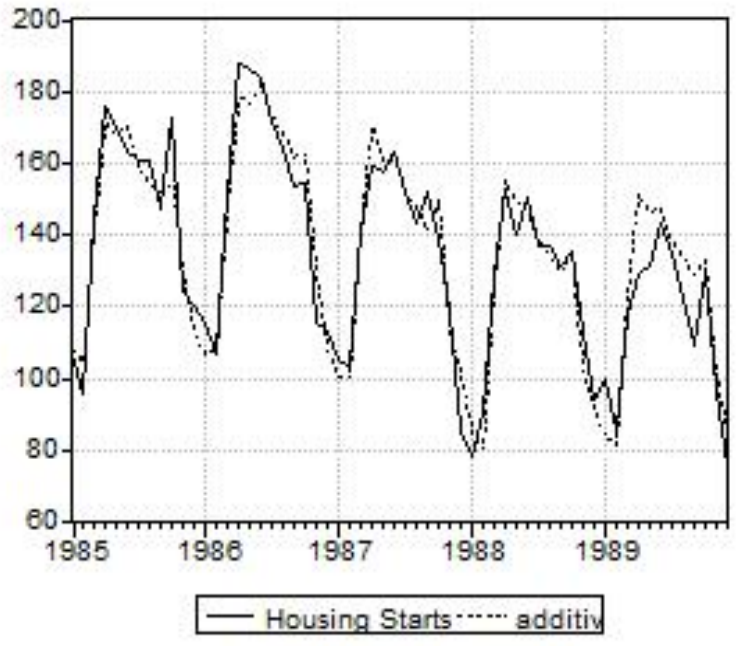
Glättungsverfahren 3

Glättung

(a) multiplikativ

Date: 05/19/02 Time: 17:19				
Sample: 1985:01 1988:12				
Included observations: 48				
Method: Holt-Winters Additive Seasonal				
Original Series: HS				
Forecast Series: HSSM				
Parameters:	Alpha			0.4000
	Beta			0.0000
	Gamma			0.0000
Sum of Squared Residuals				2299.959
Root Mean Squared Error				6.922125
End of Period Levels:		Mean		124.9978
		Trend		-0.587268
		Seasonals:	1988:01	-40.81539
			1988:02	-42.40313
			1988:03	0.784144
			1988:04	28.99641
			1988:05	24.20868
			1988:06	26.02095
			1988:07	17.15822
			1988:08	13.44549
			1988:09	9.007755
			1988:10	13.89503
			1988:11	-18.14271
			1988:12	-32.15544

Glättungsverfahren 4



Prognose $y(T+k) = 124{,}9978 + 6{,}922125*k + c(T+k)$

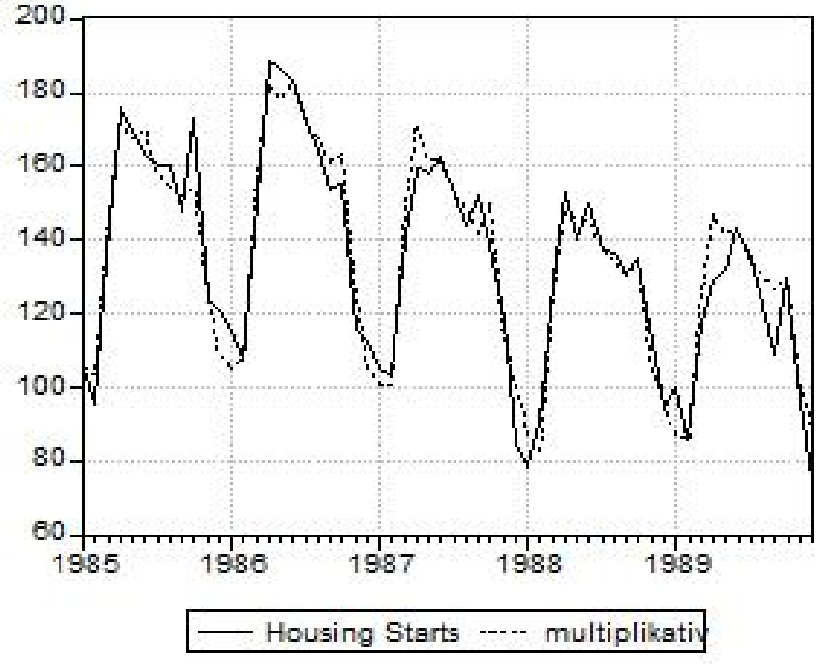
k=1 : 124,9978 -0.587268–40,81539 = 83,595
k=2 : 124,9978 -0.587268*2 –42,40313 = 81,420
usw.

Glättungsverfahren 5

(b) multiplikativ

Date: 05/19/02 Time: 17:54				
Sample: 1985:01 1988:12				
Included observations: 48				
Method: Holt-Winters Multiplicative Seasonal				
Original Series: HS				
Forecast Series: HSSM				
Parameters:	Alpha			0.3700
	Beta			0.0000
	Gamma			0.0000
Sum of Squared Residuals				2195.246
Root Mean Squared Error				6.762713
End of Period Levels:		Mean		124.0062
		Trend		-0.587268
		Seasonals:	1988:01	0.709090
			1988:02	0.700921
			1988:03	1.006384
			1988:04	1.206067
			1988:05	1.170535
			1988:06	1.187651
			1988:07	1.122962
			1988:08	1.097272
			1988:09	1.067033
			1988:10	1.101147
			1988:11	0.870055
			1988:12	0.760885

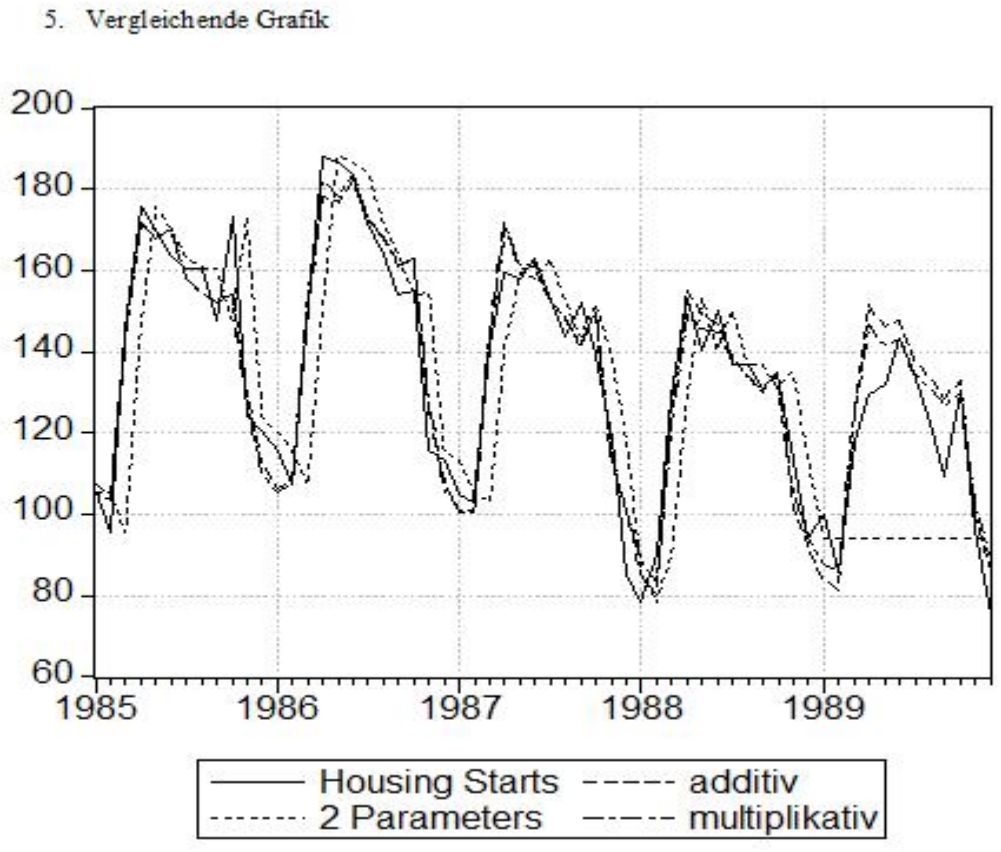
Glättungsverfahren 6



Prognose $y(T+k) = 124{,}9978 + 6{,}922125 * k * c(T+k)$

k=1 : (124,9978 -0.587268)* 0.709090 = 87,51
k=2 : (124,9978 -0.587268)* 0.700921 = 86,10
usw.

Glättungsverfahren 7



Saisonale Differenz

Definition: Gegeben sei die Zeitreihe $\{y_t,\ t = 1, 2, ..., n\}$.

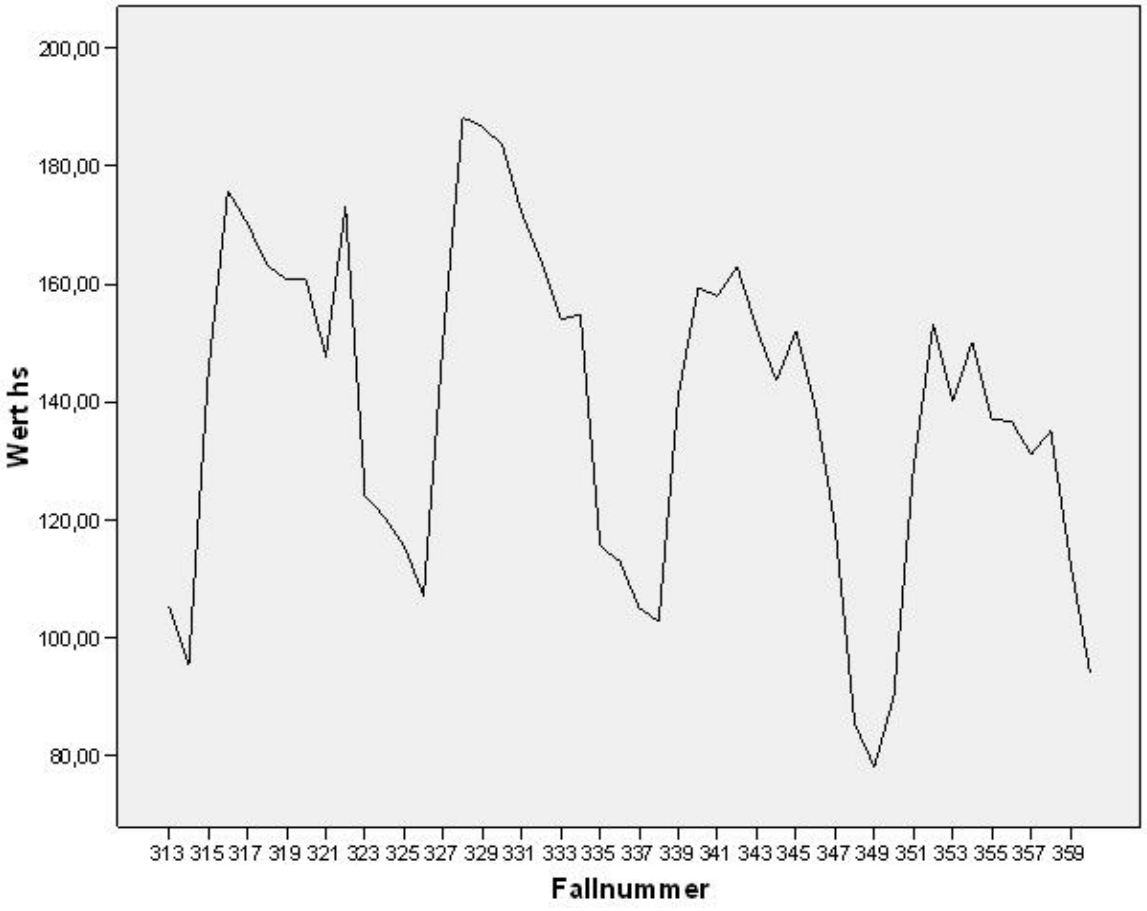
Identifizierte Periodizität s

Differenzen - Filter: $\Delta y_t = y_t - y_{t-s}$

1. s = 12, wenn Monatsdaten
2. s = 4, wenn Quartalsdaten ...

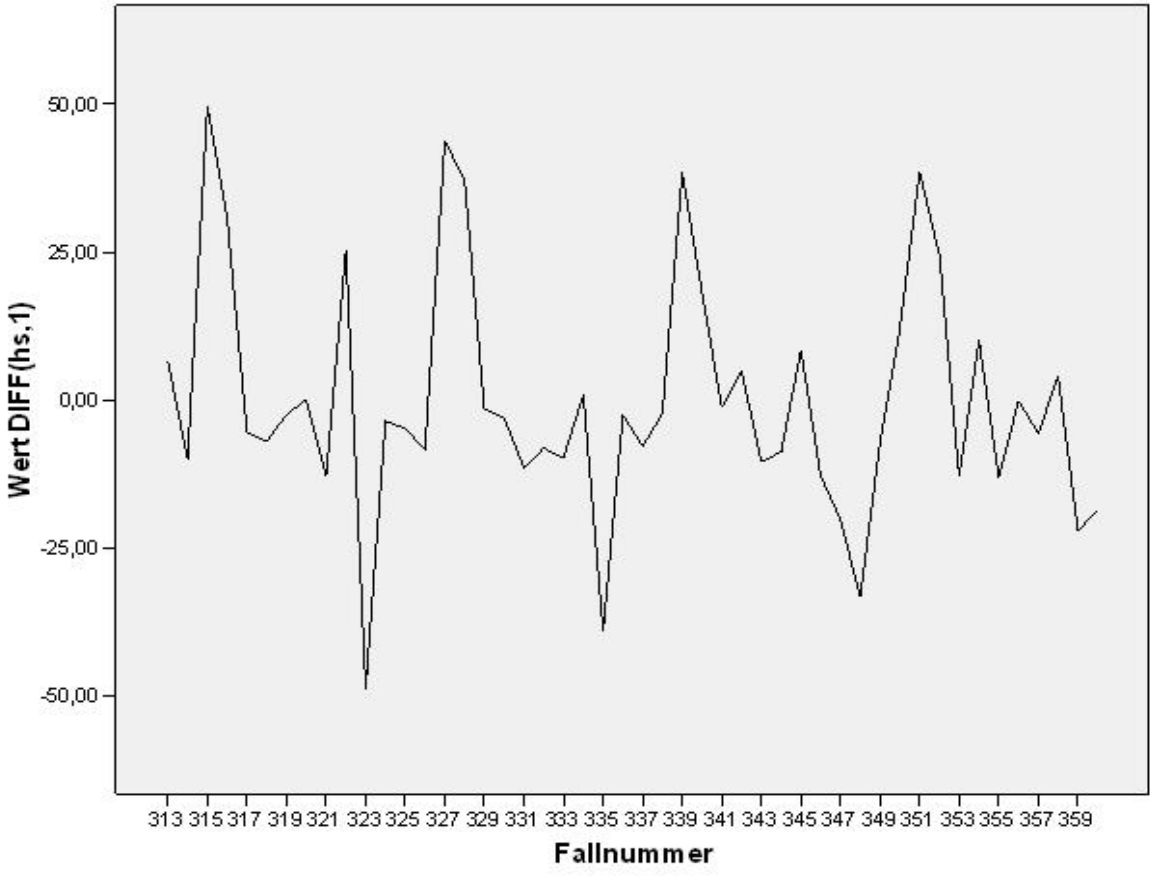
Saisonale Differenz 1

urspüngliche Zeitreihe: Housing Starts



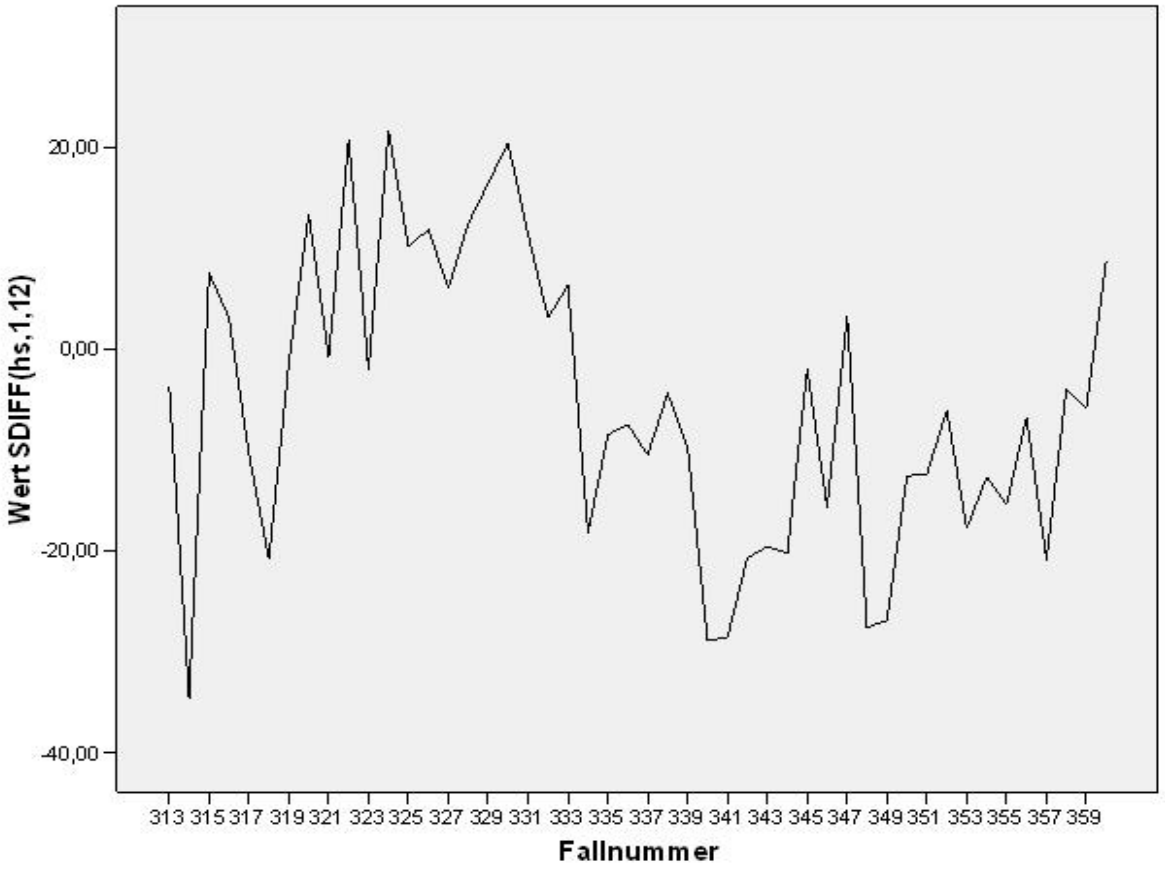
Saisonale Differenz 2

einfache Differenzen: Housing Starts



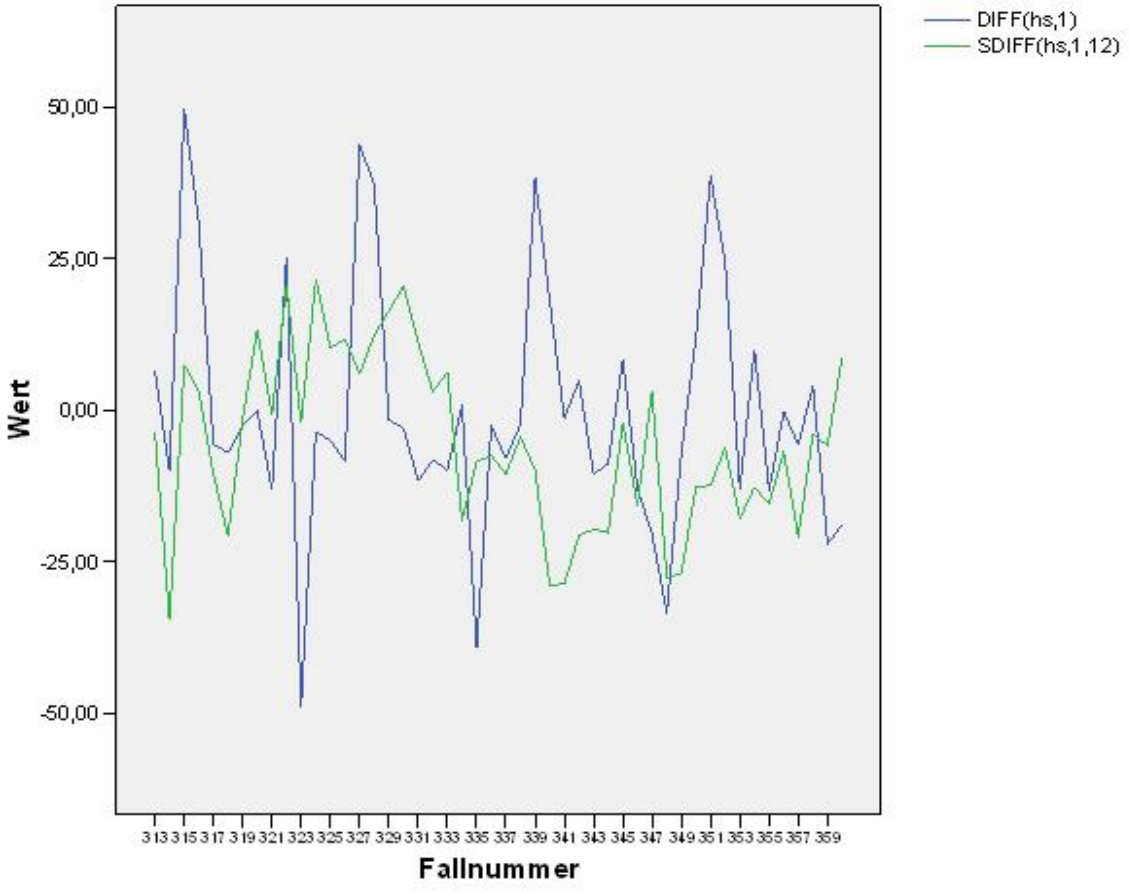
Saisonale Differenz 3

saisonale Differenzen: Housing Starts



Saisonale Differenz 4

saisonale vs. einfache Differenzen: Housing Starts



4.5 Saisonbereinigungsverfahren - Gliederung

- 4.5.1 einführendes Beispiel
- **4.5.2 Problemstellung**
- 4.5.3 Einfache multiplikative Saisonbereinigung
- 4.5.4 Einfache additive Saisonbereinigung
- 4.5.5 Census-X12
- 4.5.6 Prognose mit Saisonbereinigungsverfahren

Problemstellung

Voraussetzung bei „Glättung nach HOLT“:

- linearer Trend
- additive / multiplikative Saisonkomponete - Zeitabhängig
- $\Rightarrow \; y_t = g_t + s_t + i_t \; bzw. \; y_t = g_t \cdot s_t \cdot i_t$

Neue Überlegung:

- linearer Trend
- additive / multiplikative Saisonkomponete - zeitunabhängig
- $\Rightarrow \; y_t = g_t + s + i_t \; bzw. \; y_t = g_t \cdot s \cdot i_t$

4.5 Saisonbereinigungsverfahren - Gliederung

- 4.5.1 einführendes Beispiel
- 4.5.2 Problemstellung
- **4.5.3 Einfache multiplikative Saisonbereinigung**
- 4.5.4 Einfache additive Saisonbereinigung
- 4.5.5 Census-X12
- 4.5.6 Prognose mit Saisonbereinigungsverfahren

4.5.3 Einfache multiplikative Saisonbereinigung

Berechnen der Saisonkomponente (Basis : gleitende Durchschnitte)

- Berechnen des gleitenden Durchschnittes

$$x_t = \underbrace{0,5y_{t-6} + y_{t-5} + \ldots + y_t + \ldots + y_{t+5} + 0,5y_{t+6}}_{13\ \textit{Werte}} /12 \ \textit{bei Monatsdaten}$$

$$x_t = \underbrace{0,5y_{t-2} + y_{t-1} + y_t + y_{t+1} + 0,5y_{t+2}}_{5\ \textit{Werte}} /4 \ \textit{bei Quartalsdaten}$$

- Berechnen des Bruches:

$$\tau_t = \frac{y_t}{x_t}$$

- Berechnen der saisonalen Indizes i_m für jeden Monat bzw. i_q für jedes Quartal
  - i_m - Durchschnitt aller Beobachtungen des Monats m
  - i_q - Durchschnitt aller Beobachtungen des Quartals q

4.5.3 Einfache multiplikative Saisonbereinigung

Fortsetzung: Berechnen der Saisonkomponente (Basis : gleitende Durchschnitte)

- Berechnen des saisonalen Faktors s_m bzw. s_q
  Nutzen des geometrischen Mittels:

$$s_m = \frac{i_m}{\sqrt[12]{i_1 \cdot i_2 \cdots i_{12}}}$$

$$s_q = \frac{i_q}{\sqrt[4]{i_1 \cdot i_2 \cdots i_4}}$$

- Die Saisonfaktoren sind s_m bzw. s_q
- Die saisonbereinigte Reihe $(\widetilde{y_t})$ wird berechnet

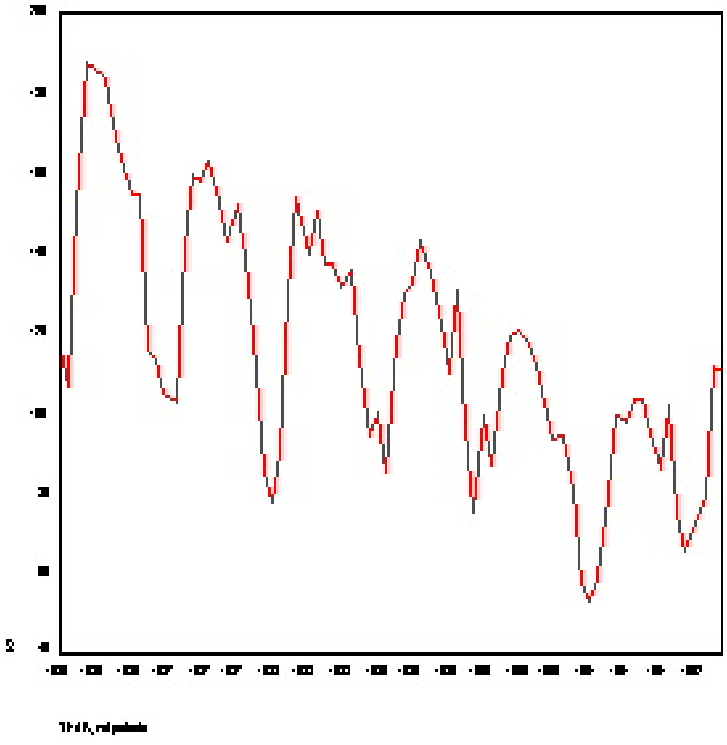
$$\widetilde{y_t} = \frac{y_t}{s_m} \; bzw.$$

$$\widetilde{y_t} = \frac{y_t}{s_q}$$

Saisonale Differenz

Intensions: Saisonalen Effekt herausfiltern

Einführendes Beispiel: Housing Starts in USA 1959-1990



multiplikative Saisonbereinigung 1

Beispiel: Saisonbereinigung auf Basis von Moving Average (multiplikativ)

Beispiel: Housing starts (1959:1 bis 1989:12)

Date: 05/21/02 Time: 14:11	
Sample: 1959:01 1989:12	
Included observations: 372	
Ratio to Moving Average	
Original Series: HS	
Adjusted Series: HSSA1	
Scaling Factors:	
1	0.697993
2	0.720854
3	1.014795
4	1.185314
5	1.228217
6	1.215392
7	1.151345
8	1.142378
9	1.073383
10	1.119726
11	0.926476
12	0.755758

multiplikative Saisonbereinigung 2

hssa1(t+s) = hs(t+s)/sf(s)

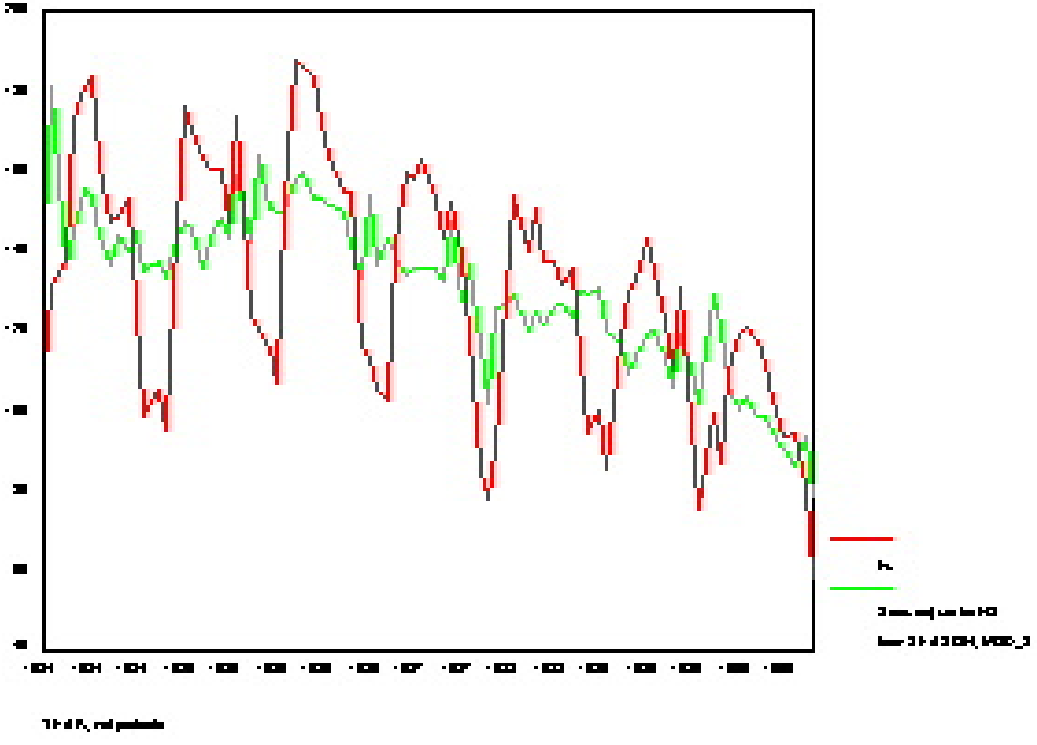
sf(s) Scaling Factors

Für 1989 (S = 1,2,...,12)

hs(t+s)	sf(s)	hssa(t+s)
100.1000	0.697993	143.411140742
85.80000	0.720854	119.025564186
117.8000	1.014795	116.082599085
129.4000	1.185314	109.16937157
131.7000	1.228217	107.228614222
143.2000	1.215392	117.822058702
134.7000	1.151345	116.993620841
122.4000	1.142378	107.144940708
109.3000	1.073383	101.82760742
130.1000	1.119726	116.189130455
96.60000	0.926476	104.266054678
75.00000	0.755758	99.238086737

multiplikative Saisonbereinigung

Einfache multiplikative Saisonbereinigung
Orginalreihe vs. saisonbereinigte Reihe



4.5 Saisonbereinigungsverfahren - Gliederung

- 4.5.1 einführendes Beispiel
- 4.5.2 Problemstellung
- 4.5.3 Einfache multiplikative Saisonbereinigung
- **4.5.4 Einfache additive Saisonbereinigung**
- 4.5.5 Census-X12
- 4.5.6 Prognose mit Saisonbereinigungsverfahren

4.5.4 Einfache additive Saisonbereinigung

Berechnen der Saisonkomponente (Basis : gleitende Durchschnitte)

- Berechnen des gleitenden Durchschnittes

$$x_t = \underbrace{0,5y_{t-6} + y_{t-5} + \ldots + y_t + \ldots + y_{t+5} + 0,5y_{t+6}}_{13\ Werte} /12 \ \textit{bei Monatsdaten}$$

$$x_t = \underbrace{0,5y_{t-2} + y_{t-1} + y_t + y_{t+1} + 0,5y_{t+2}}_{5\ Werte} /4 \ \textit{bei Quartalsdaten}$$

- Berechnen der Differenz:

$$d_t = y_t - x_t$$

- Berechnen der saisonalen Indizes i_m für jeden Monat bzw. i_q für jedes Quartal
  - i_m - Durchschnitt aller Beobachtungen des Monats m
  - i_q - Durchschnitt aller Beobachtungen des Quartals q

4.5.4 Einfache additive Saisonbereinigung

Fortsetzung: Berechnen der Saisonkomponente (Basis : gleitende Durchschnitte)

- Berechnen des saisonalen Faktors s_m bzw. s_q
  Nutzen des geometrischen Mittels:

$$\begin{aligned} s_m &= i_m - \sqrt[12]{i_1 \cdot i_2 \cdots i_{12}} \\ s_m &= i_q - \sqrt[4]{i_1 \cdot i_2 \cdots i_4} \end{aligned}$$

- Die Saisonfaktoren sind s_m bzw. s_q
- Die saisonbereinigte Reihe $(\widetilde{y}_t)$ wird berechnet

$$\begin{aligned} \widetilde{y}_t &= y_t - s_m \ bzw. \\ \widetilde{y}_t &= y_t - s_q \end{aligned}$$

additive Saisonbereinigung 3

Additiv

Date: 05/21/02 Time: 15:59	
Sample: 1959:01 1989:12	
Included observations: 372	
Difference from Moving Average	
Original Series: HS	
Adjusted Series: HSSA	
Scaling Factors:	
1	-40.79816
2	-37.90427
3	-0.094688
4	20.92559
5	26.66948
6	24.84267
7	16.37115
8	15.81406
9	6.452812
10	12.65295
11	-11.67844
12	-33.25316

additive Saisonbereinigung 4

hssa1(t+s) = hs(t+s)-sf(s)

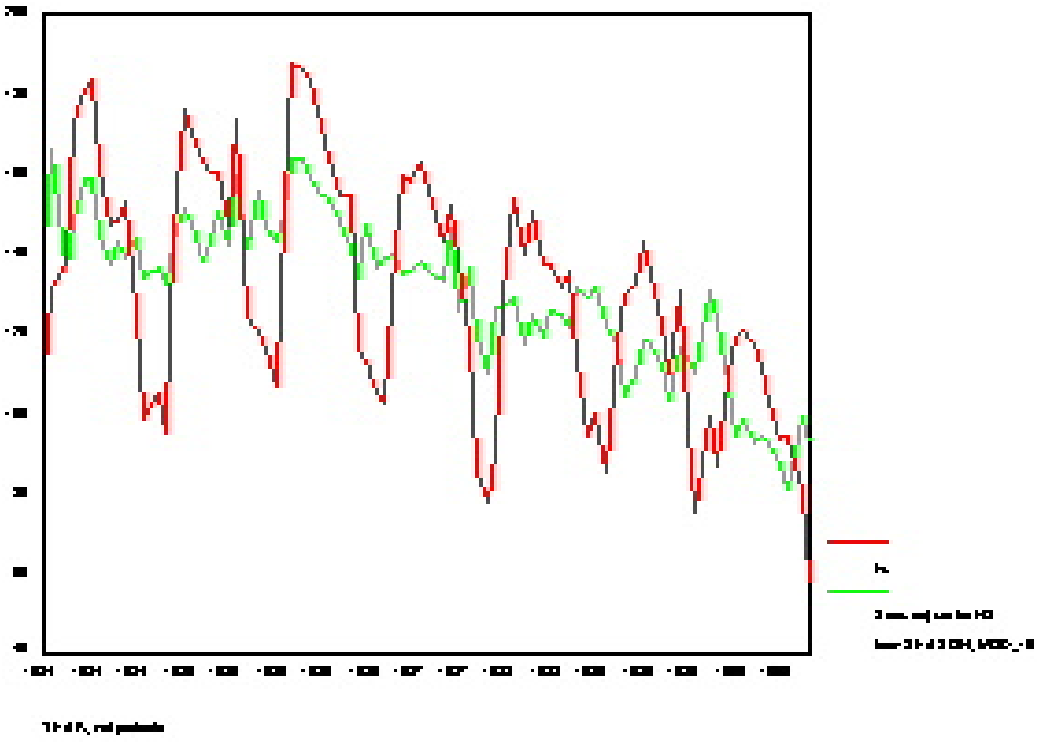
sf(s) Scaling Factors

Für 1989 (S = 1,2,...,12)

hs(t+s)	sf(s)	hssa(t+s)
100.1000	-40.79816	140.898158335
85.80000	-37.90427	123.704273941
117.8000	-0.094688	117.894690881
129.4000	20.92559	108.474403918
131.7000	26.66948	105.030518549
143.2000	24.84267	118.357322837
134.7000	16.37115	118.328849789
122.4000	15.81406	106.585938927
109.3000	6.452812	102.847191076
130.1000	12.65295	117.447054319
96.60000	-11.67844	108.278435968
75.00000	-33.25316	108.253159933

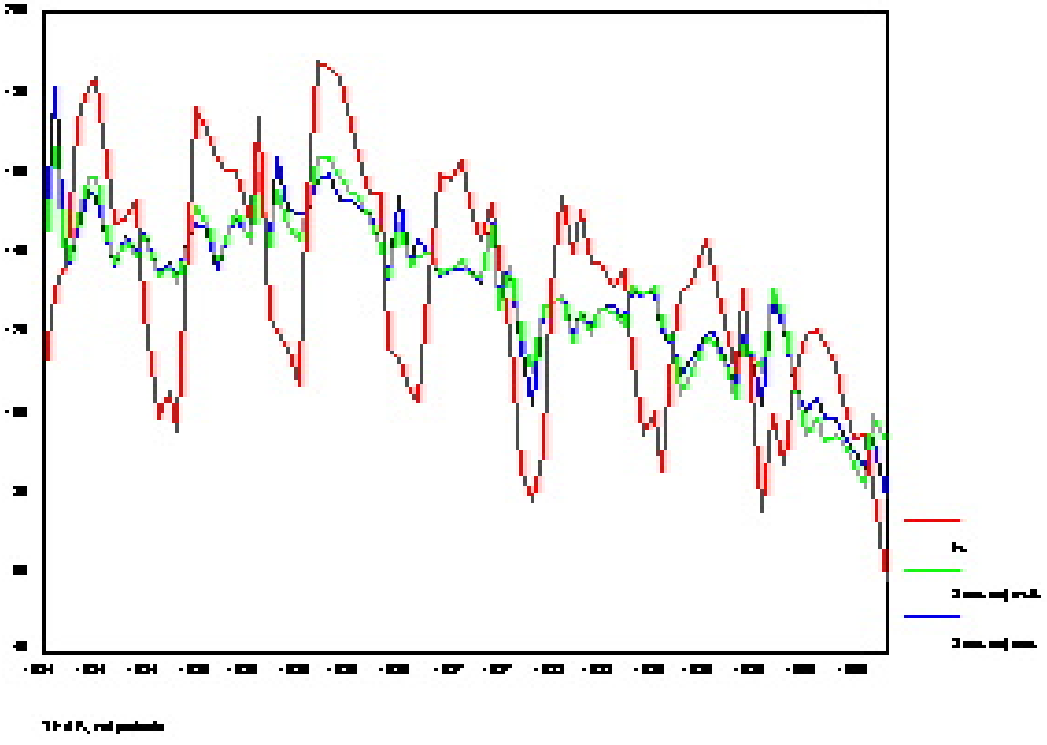
additive Saisonbereinigung

Einfache additive Saisonbereinigung
Orginalreihe vs. saisonbereinigte Reihe



multiplikative und additive Saisonbereinigung

Einfache Saisonbereinigung
Orginalreihe vs. saisonbereinigte Reihen (mult. und add.)



4.5 Saisonbereinigungsverfahren - Gliederung

- 4.5.1 einführendes Beispiel
- 4.5.2 Problemstellung
- 4.5.3 Einfache multiplikative Saisonbereinigung
- 4.5.4 Einfache additive Saisonbereinigung
- **4.5.5 Census-X12**
- 4.5.6 Prognose mit Saisonbereinigungsverfahren

Census-X12 Saisonbereinigung 1

Census X-12

multiplikativ

HS_X12_M_SA – saisonbereinigte Werte

HS_X12_M_IR - irreguläre Komponente

HS_X12_M_SF – Saisonfaktor

HS_X12_M_TC – Trend-Konjunkturkomponente

hs	HS_X12_M_IR	HS_X12_M_SA	HS_X12_M_SF	HS_X12_M_TC
100.099998474	**1.07945870516**	**132.997882321**	**0.752643551362**	**123.207939021**
85.8000030518	0.99317930392	119.601745243	0.717380861604	120.42311471
117.800003052	0.99016612352	116.864103768	1.00800844103	118.024744527
129.399993896	0.949702731962	110.435010936	1.17172980561	116.283766719
131.699996948	0.993509308636	114.498960142	1.15022876003	115.246992803
143.199996948	1.0279524812	117.902424511	1.2145636321	114.696376211
134.699996948	1.03905809087	118.451114798	1.13717795884	113.998549108
122.400001526	0.999489728687	112.416521393	1.08880794397	112.473913604
109.300003052	0.961049464038	105.890179009	1.03220151363	110.181819949
130.100006104	1.11862810506	120.489634717	1.07976098035	107.711968054
96.5999984741	1.0012531558	105.582583182	0.914923612994	105.450437354
75	0.992409070372	102.691587848	0.730342198149	103.477075042

Census-X12 Saisonbereinigung 2

Zerlegung der saisonbereinigten Reihe in ursprüngliche Reihe und Saisonfaktor

HS_X12_M_SA = HS / HS_X12_M_SF

132.997882321 = 100.099998474 / 0.752643551362

Zerlegung der saisonbereinigten Reihe in Trend_Konjunkturkomponente und irreguläre Komponente

HS_X12_M_SA = HS_X12_M_TC * HS_X12_M_IR

132.997882321 = 123.207939021 * 1.07945870516

Census-X12 Saisonbereinigung 3

Census X-12

additiv

HS_X12_AD_SA – saisonbereinigte Werte

HS_X12_AD_IR - irreguläre Komponente

HS_X12_AD_SF – Saisonfaktor

HS_X12_AD_TC – Trend-Konjunkturkomponente

hs	HS_X12_AD_IR	HS_X12_AD_SA	HS_X12_AD_SF	HS_X12_AD_TC
100.099998474	**14.3633220247**	**138.976178463**	**-38.8761799895**	**124.612856439**
85.8000030518	1.12491460135	123.201774319	-37.4017712673	122.076859718
117.800003052	-2.68274971687	116.708311811	1.09169124096	119.391061528
129.399993896	-13.962104687	102.727072978	26.6729209176	116.689177665
131.699996948	-3.12015753281	111.384148427	20.3158485208	114.50430596
143.199996948	1.82025154877	115.013680443	28.1863165054	113.193428894
134.699996948	4.03925841461	116.611186157	18.0888107914	112.571927742
122.400001526	-1.35135374085	110.764539259	11.6354622671	112.115893
109.300003052	-6.20124554746	105.300523338	3.99947971376	111.501768886
130.100006104	6.76866410555	117.616276962	12.4837291418	110.847612857
96.5999984741	-1.83146530554	108.471445941	-11.8714474671	110.302911247
75	-0.303720834985	109.336087479	-34.3360874785	109.639808314

Census-X12 Saisonbereinigung 4

Zerlegung der saisonbereinigten Reihe in ursprüngliche Reihe und Saisonfaktor

HS_X12_AD_SA = HS - HS_X12_AD_SF

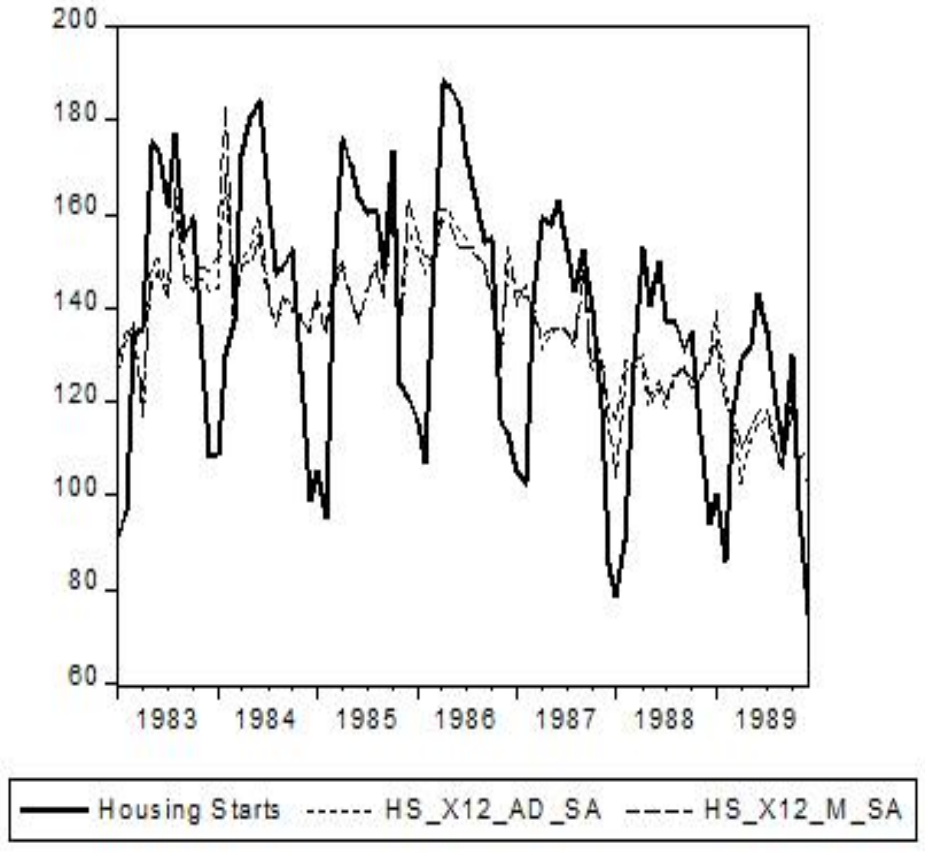
138.976178463= 100.099998474 – (-38.8761799895)

Zerlegung der saisonbereinigten Reihe in Trend_Konjunkturkomponente und irreguläre Komponente

HS_X12_AD_SA = HS_X12_AD_TC + HS_X12_AD_IR

138.976178463 = 124.612856439 + 14.3633220247

Census-X12 Saisonbereinigung 5



4.5 Saisonbereinigungsverfahren - Gliederung

- 4.5.1 einführendes Beispiel
- 4.5.2 Problemstellung
- 4.5.3 Einfache multiplikative Saisonbereinigung
- 4.5.4 Einfache additive Saisonbereinigung
- 4.5.5 Census-X12
- **4.5.6 Prognose mit Saisonbereinigungsverfahren**

Prognose Saisonbereinigung 1

Prognose mit Hilfe von Saisonbereinigung

Prognose der saisonbereinigten Reihe HSSA1 mit Holt-Winter (ohne saisonale Komponente)

Date: 05/24/02 Time: 11:34			
Sample: 1959:01 1989:12			
Included observations: 372			
Method: Holt-Winters No Seasonal			
Original Series: HSSA1			
Forecast Series: HSSA1SM			
Parameters:	Alpha		0.6800
	Beta		0.0000
Sum of Squared Residuals			48030.30
Root Mean Squared Error			11.36282
End of Period Levels:		Mean	101.6135
		Trend	-0.149814

HSSA1 – Saisonbereinigte Reihe

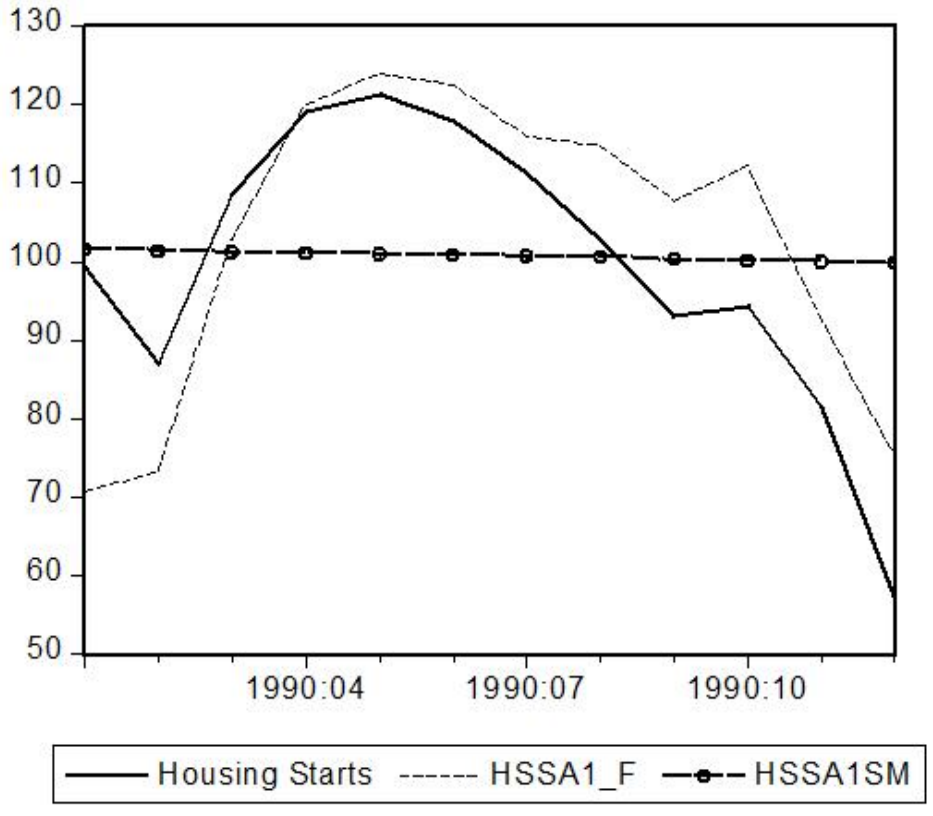
HSSA1SM – geglättete Reihe (ab 1990:1 bis 1990:12 – Prognose)

HSSA1_F – Prognose der nichtsaisonbereinigten Reihe mit Hilfe von der Prognose HSSA1SM und der Saisonfigur SF_M

HSSA1_F = HSSA1SM * SF_M (ab 1990:1 bis 1990:12)

HS – ursprüngliche Reihe

Prognose Saisonbereinigung 2

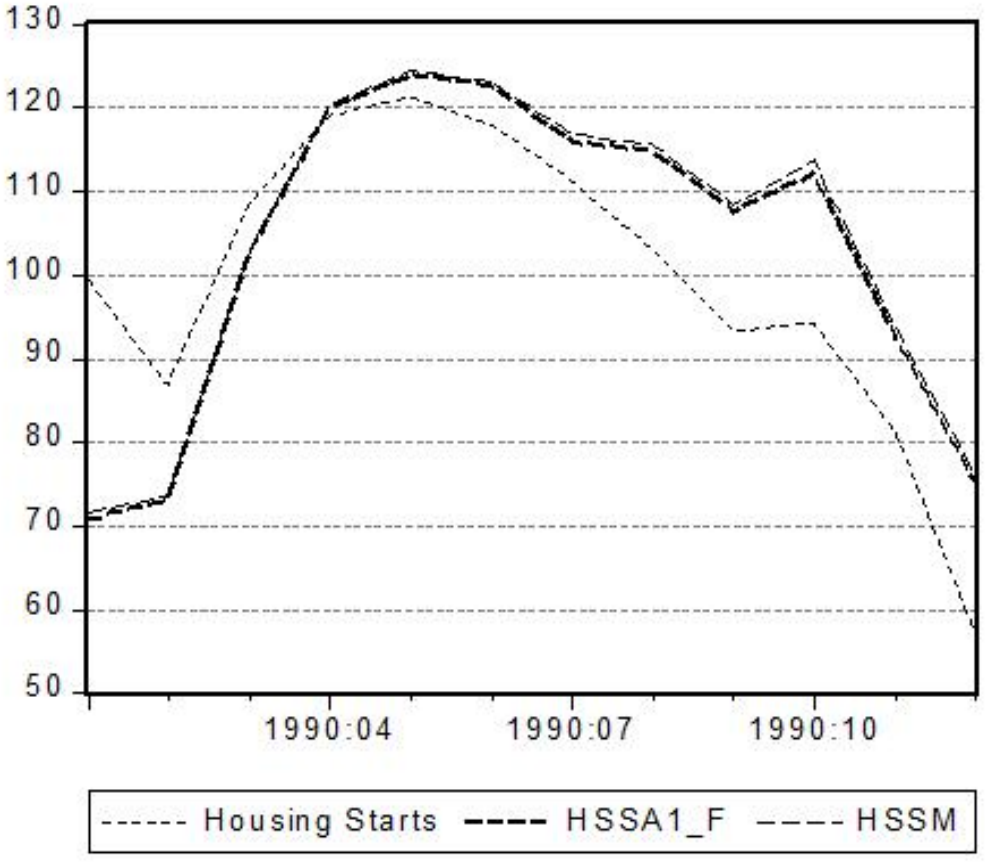


Prognose Saisonbereinigung 3

im Vergleich zum Prognoseverfahren Holt-Winter-multiplikativ (3 Parameter)

Date: 05/24/02 Time: 11:56				
Sample: 1959:01 1989:12				
Included observations: 372				
Method: Holt-Winters Multiplicative Seasonal				
Original Series: HS				
Forecast Series: HSSM				
Parameters:	Alpha			0.6800
	Beta			0.0000
	Gamma			0.0000
Sum of Squared Residuals				45405.07
Root Mean Squared Error				11.04793
End of Period Levels:		Mean		103.5334
SF_M		Trend		-0.032616
0.697993		Seasonals:	1989:01	0.690070
0.720854			1989:02	0.710842
1.014795			1989:03	0.995281
1.185314			1989:04	1.163261
1.228217			1989:05	1.202820
1.215392			1989:06	1.188963
1.151345			1989:07	1.128528
1.142378			1989:08	1.117109
1.073383			1989:09	1.049528
1.119726			1989:10	1.101216
0.926476			1989:11	0.910375
0.755758			1989:12	0.742008

Prognose Saisonbereinigung 4



- 4.1 Gleitende Durchschnitte
- 4.2 Exponetielle Glättung
- 4.3 Trendfunktionen
- 4.4 Filter
- 4.5 Saisonbereinigung
- **4.6 Autokorrelation**
- 4.7 Ausblick: Multiple Zeitreihenanalyse

4.6 Autokorrelation - Gliederung

- **4.6.1 Problemstellung**
- 4.6.2 empirische Autokorrelation
- 4.6.3 Autokorrelationsdiagramme

Problemstellung

Gegeben sei die Zeitreihe $\{y_t,\ t = 1, 2, ..., n\}$.

Aus der Zeitreihe $\{y_t,\ t = 1, 2, ..., n\}$ läßt sich die zeitverögerte Zeitreihe $\{y_{t+k},\ 0 < k < t,\ t = 1, 2, ..., n - k\}$ bilden. Die Zahl k wird als Time-Lag bezeichnet.

Zwischen beiden Zeitreihen kann der Maßkorrellationskoeffizient gebildet werden. Kann eine signifikante Korrelation festgestellt werden, dann liegt **Autokorrelation** vor.

4.6 Autokorrelation - Gliederung

- 4.6.1 Problemstellung
- **4.6.2 empirische Autokorrelation**
- 4.6.3 Autokorrelationsdiagramme

empirische Autokorrelationskoeffizienten

Definition: Gegeben sei die Zeitreihe $\{y_t,\ t = 1, 2, ..., n\}$ und die zeitverögerte Zeitreihe $\{y_{t+k},\ 0 < k < t,\ t = 1, 2, ..., n - k\}$.

Es werden die n-k Beobachtungspaare

$$(y_1, y_{1+k}),\ (y_2, y_{2+k}),\ \ldots$$

betrachtet.
Die jeweils erste Beobachtung kann als Ausprägung eines metrischen Merkmals $Y^{(1)}$, die jeweils zweite Beobachtung als Ausprägung eines metrischen Merkmals $Y^{(2)}$ betrachtet werden. Mann kann nun den empirischen Korrelationskoeffizienten $r_{Y^{(1)}Y^{(2)}}$ berechnet werden:

$$r_k = r_{Y^{(1)}Y^{(2)}} = \frac{d_{Y^{(1)}Y^{(2)}}}{\sqrt{d_Y^{(1)}}\sqrt{d_Y^{(2)}}}$$

Er wird als **empirischer Autokorrelationskoeffizient mit einem Time-Lag von k** bezeichnet.

empirische Autokorrelationsfunktion

Für k=1,.2,...,K ($k < n$) lassen sich K empirische Korrelationskoeffizienten bilden: k r_k (k=1,2...,K)
Aus den empirischen Autokorrelationskoeffizienten mit einem Time-Lag von k r_k (k=1,2...,K) erhält man eine Folge empirischer Autokorrelationskoeffizienten: $\{r_1, r_2 ...\}$.

Definition: Die Folge empirischer Autokorrelationskoefizienten $\{r_1, r_2, ..., K\}$ heißt **empirische Autokorrelationsfunktion** und wird mit ACF (autocorrelation function) bezeichnet.

Interpretation: zeigt alle Autokorrelationen bis zu einem Time-Lag von K

empirische partielle Autokorrelationskoeffizienten

Anwendung der linearen Trendfunktionen auf die Analyse der Autokorrelation. Für alle k=1,2,...,K werden schrittweise folgende Parameterschätzungen vorgenommen:

$$
\begin{aligned}
y_t &= a_0 + a_1 y_{t-1} \Rightarrow \theta_1 = a_1 \\
y_t &= a_0 + \theta_1 y_{t-1} + a_2 y_{t-2} \Rightarrow \theta_2 = a_2 \\
\dots &\quad \dots \\
y_t &= a_0 + \sum_{k=1}^{K-1} \theta_k y_{t-k} + a_K y_{t-K} \Rightarrow \theta_K = a_K
\end{aligned}
$$

Definition: Die Koeffizienen θ_k (k =1,2,...,K) heißen **partielle Autokorrellationskoeffizienten.**

Definition: Die Folge von partielle Autokorrellationskoeffizienten $\{\theta_1, \theta_2, \dots, \theta_K\}$ heißt **partielle Autokorrelationsfunktion** und wird mit **PACF** bezeichnet.

Interpretation: der partielle Autokorrellationskoeffizient θ_{k_0} zeigt die Autokorrelation zwischen y_t und Y_{t-k_0},

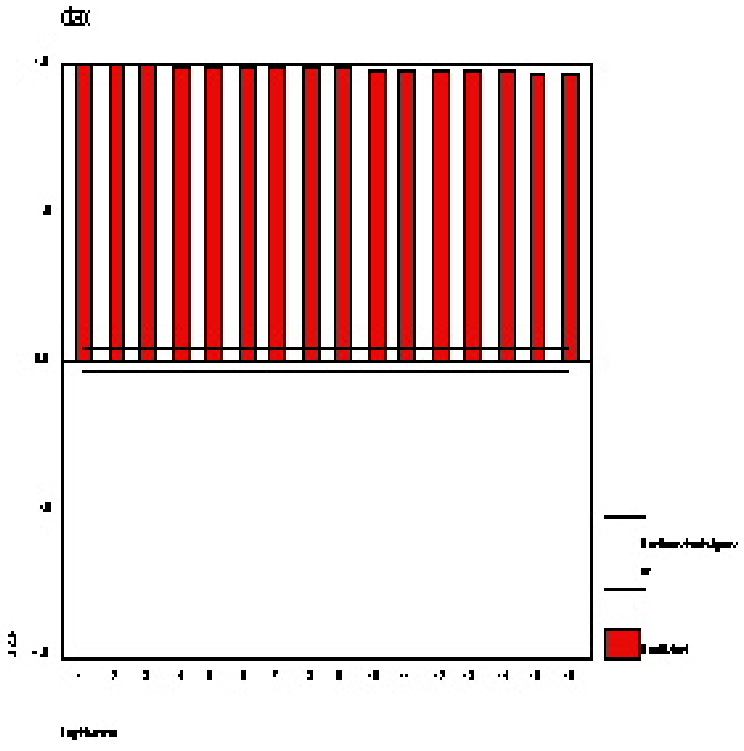
wobei alle Autokorrelationen zwischen y_t und Y_{t-k} mit $k < k_0$ herausgefiltert wurden.

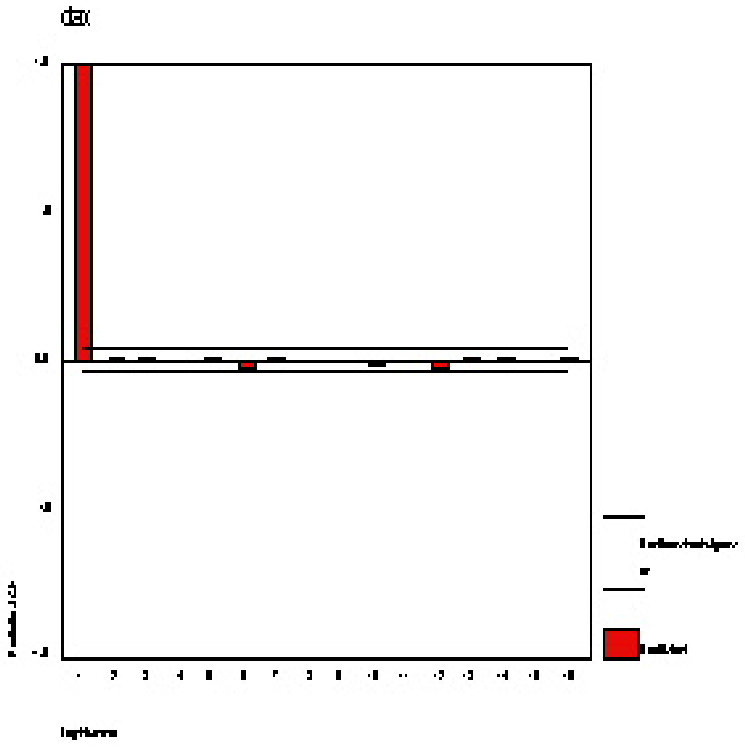
4.6 Autokorrelation - Gliederung

- 4.6.1 Problemstellung
- 4.6.2 empirische Autokorrelation
- **4.6.3 Autokorrelationsdiagramme**

Autokorrelationsdiagramme

Zur besseren Übersicht werden Balkendiagramme zur Abbildung der ACF und PACF verwendet, (am Beispiel des DAX)





Beispiele

ein einfaches Beispiel Zeitreihe $\{y_t,\ t = 1, 2, ..., n\} = 1, 2, 4, 7, 9, 10, 11$

Berechnen der

- Autokorrelationskoeffizienten
- der Autokorrelationsfunktionen

in Excel

Autokorrelation - Beispiel

mit Excel:

Beispiel 2: Zinsätze 2007_2.xls
Beispiel 3: ConsumerpriceIndex.xls
Beispiel 4:DAX.xls

Aufgaben: Analyse der Autokorrelation

mit SPSS:

Beispiel 2: Zinsätze 2007_2.xls
Beispiel 3: ConsumerpriceIndex.xls
Beispiel 4:DAX.xls

Aufgaben: Analyse der Autokorrelation

- 4.1 Gleitende Durchschnitte
- 4.2 Exponetielle Glättung
- 4.3 Trendfunktionen
- 4.4 Filter
- 4.5 Saisonbereinigung
- 4.6 Autokorrelation
- **4.7 Ausblick: Multiple Zeitreihenanalyse**

Ausblick: Multiple Zeitreihenanalyse

1. partielle Autokorrelationskoeffizienten
2. Kurvenanpassung (z.B. Quadratisch, kubisch)
3. Zeitreihen als Ergebnisse stochastischer Prozesse
4. ein komplexes Beispiel