# Cross-Currency Swap Calculator

Aufgabensammlung

Deutsch

**Wolfgang Böhme**

wolfgang.boehme@economic-modeling.de

www.economic-modeling.de

25. Oktober 2026

Dokumentationen dieser Webseite wurden mit Unterstützung der KI Claude (Anthropic) entwickelt.

# Inhaltsverzeichnis

**1 Niveau 1: Grundlagen der Swap-Bewertung** **3**
1.1 Diskontfaktoren und Cashflows . . . 3
1.2 Vollständige Swap-Bewertung . . . 4

**2 Niveau 2: Sensitivitäten und Greeks** **6**
2.1 Numerische Sensitivitäten . . . 6
2.2 Sensitivitäts-Portfolio . . . 7

**3 Niveau 3: Value at Risk und Portfolio-Analyse** **8**
3.1 Kovarianzmatrix und Portfolio-Volatilität . . . 8
3.2 Vollständige Kovarianzmatrix . . . 10
3.3 Synthetische Daten und Backtesting . . . 11

**4 Zusatzaufgaben: Fortgeschrittene Szenarien** **13**

## Hinweise zur Bearbeitung

Diese Aufgabensammlung ist als begleitendes Übungsmaterial zum Cross-Currency Swap Calculator V23 konzipiert. Die Aufgaben sind in drei Schwierigkeitsstufen unterteilt:

- **Niveau 1 (Grundlagen):** Einfache Bewertungen und Berechnungen
- **Niveau 2 (Fortgeschritten):** Sensitivitäten und Risikoanalyse
- **Niveau 3 (Expert):** Vollständige VaR-Berechnung und Portfolio-Analyse

**Empfohlenes Vorgehen:**

1. Aufgabe sorgfältig durchlesen
2. Relevante Parameter im Calculator eingeben
3. Berechnungen durchführen
4. Ergebnisse mit Musterlösungen vergleichen
5. Bei Abweichungen: Eingaben und Formeln überprüfen

**Wichtig:** Alle Berechnungen sollten sowohl im Calculator als auch händisch nachvollzogen werden, um das theoretische Verständnis zu vertiefen.

# 1 Niveau 1: Grundlagen der Swap-Bewertung

## 1.1 Diskontfaktoren und Cashflows

**Aufgabe 1.1**

Berechnen Sie die Diskontfaktoren für die folgenden Zero-Rates mit kontinuierlicher Verzinsung:

| Tenor | Zero-Rate |
|---|---|
| 1Y | 2.50% |
| 2Y | 2.75% |
| 3Y | 3.00% |

**Formel:** $DF(t) = e^{-r(t) \cdot t}$

**Lösung:**

$$DF(1) = e^{-0.025 \times 1} = e^{-0.025} = 0.975310$$
$$DF(2) = e^{-0.0275 \times 2} = e^{-0.055} = 0.946485$$
$$DF(3) = e^{-0.030 \times 3} = e^{-0.090} = 0.913931$$

**Calculator-Eingabe:**

- Market Data Tab: EUR Rates für 1Y, 2Y, 3Y eingeben
- Swap Details: 3 jährliche Zahlungen wählen
- Calculate Swap Valuation
- In Cashflow-Tabelle: Discount Factor Spalte prüfen

**Aufgabe 1.2**

Ein EUR Leg eines Cross-Currency Swaps hat folgende Spezifikation:

- Nominal: €5,000,000
- Fixe Rate: 3.00% p.a.
- Zahlungen: Jährlich, 3 Jahre
- Diskontfaktoren aus Aufgabe 1.1

Berechnen Sie:

a) Die drei jährlichen Coupon-Zahlungen

b) Den Present Value jedes Cashflows

c) Den Gesamtwert der EUR Leg (ohne finale Nominale)

**Lösung:**

**a) Coupon-Zahlungen:**
Jährlicher Coupon = $0.03 \times 5{,}000{,}000 = 150{,}000$ EUR
Alle drei Zahlungen: je €150,000

**b) Present Values:**

$$PV_1 = 150{,}000 \times 0.975310 = 146{,}297 \text{ EUR}$$
$$PV_2 = 150{,}000 \times 0.946485 = 141{,}973 \text{ EUR}$$
$$PV_3 = 150{,}000 \times 0.913931 = 137{,}090 \text{ EUR}$$

**c) Gesamtwert:**

$$PV_{Coupons} = 146{,}297 + 141{,}973 + 137{,}090 = 425{,}360 \text{ EUR}$$

**Calculator-Verifikation:** Summe der PV-Spalte in EUR Cashflow-Tabelle (ohne letzte Zeile mit Nominal).

**Aufgabe 1.3**

Ergänzen Sie Aufgabe 1.2 um die finale Nominale am Ende von Jahr 3.
Berechnen Sie:

a) Den Present Value der Nominale

b) Den Gesamt-PV der EUR Leg (Coupons + Nominale)

**Lösung:**

**a) PV der Nominale:**

$$PV_{Nominal} = 5{,}000{,}000 \times 0.913931 = 4{,}569{,}655 \text{ EUR}$$

**b) Gesamt-PV:**

$$PV_{EUR} = 425{,}360 + 4{,}569{,}655 = 4{,}995{,}015 \text{ EUR}$$

**Interpretation:** Der EUR Leg ist €4,985 weniger wert als das Nominal, wegen des Abzinsungseffekts über 3 Jahre bei 3% Zinsen.

## 1.2 Vollständige Swap-Bewertung

**Aufgabe 1.4**

Bewerten Sie einen Cross-Currency Swap mit folgenden Parametern:
**Swap-Spezifikation:**

- Notional EUR: €8,000,000
- Notional USD: $9,000,000
- Zahlungsfrequenz: Jährlich

- Anzahl Zahlungen: 3
- Pay Leg: EUR
- Receive Leg: USD
- FX Rate: 1.125 (EUR/USD)

**EUR Zinskurve:**

- 1Y: 2.80%, 2Y: 2.90%, 3Y: 3.00%

**USD Zinskurve:**

- 1Y: 4.00%, 2Y: 4.10%, 3Y: 4.20%

Berechnen Sie den Net Present Value des Swaps.

**Lösung:**

**Schritt 1: EUR Leg (Pay)**
Fixe Rate = 3.00% (3Y Zins)
Diskontfaktoren:

$$DF_{EUR}(1) = e^{-0.028\times 1} = 0.972376$$
$$DF_{EUR}(2) = e^{-0.029\times 2} = 0.943739$$
$$DF_{EUR}(3) = e^{-0.030\times 3} = 0.913931$$

Coupon = $0.03 \times 8{,}000{,}000 = 240{,}000$ EUR

$$\begin{aligned} PV_{EUR} &= 240{,}000 \times (0.972376 + 0.943739 + 0.913931) \\ &\quad + 8{,}000{,}000 \times 0.913931 \\ &= 680{,}171 + 7{,}311{,}448 = 7{,}991{,}619 \text{ EUR} \end{aligned}$$

**Schritt 2: USD Leg (Receive)**
Fixe Rate = 4.20% (3Y Zins)
Diskontfaktoren:

$$DF_{USD}(1) = e^{-0.040\times 1} = 0.960789$$
$$DF_{USD}(2) = e^{-0.041\times 2} = 0.921312$$
$$DF_{USD}(3) = e^{-0.042\times 3} = 0.881878$$

Coupon = $0.042 \times 9{,}000{,}000 = 378{,}000$ USD

$$\begin{aligned} PV_{USD} &= 378{,}000 \times (0.960789 + 0.921312 + 0.881878) \\ &\quad + 9{,}000{,}000 \times 0.881878 \\ &= 1{,}044{,}303 + 7{,}936{,}902 = 8{,}981{,}205 \text{ USD} \end{aligned}$$

**Schritt 3: Umrechnung in EUR**

$$PV_{USD}^{EUR} = 8{,}981{,}205 \times 1.125 = 10{,}103{,}856 \text{ EUR}$$

**Schritt 4: Net Present Value**

$$\text{Net PV} = 10{,}103{,}856 - 7{,}991{,}619 = 2{,}112{,}237 \text{ EUR}$$

**Interpretation:** Der Swap hat einen positiven Wert von ca. €2.11 Mio., da die erhaltene USD Leg mehr wert ist als die gezahlte EUR Leg.

# 2 Niveau 2: Sensitivitäten und Greeks

## 2.1 Numerische Sensitivitäten

**Aufgabe 2.1**

Gegeben sei ein einfacher 2-jähriger Cross-Currency Swap:
**Parameter:**

- Notional EUR: €10,000,000
- Notional USD: $11,000,000
- Zahlungsfrequenz: Jährlich
- Pay EUR, Receive USD
- FX Rate: 1.10
- EUR Rates: 1Y = 3.00%, 2Y = 3.20%
- USD Rates: 1Y = 4.00%, 2Y = 4.20%

Berechnen Sie die Sensitivität des Swap-Werts bezüglich des EUR 1Y Zinssatzes mit der Bump-and-Reprice Methode (Bump = 1bp).
**Hinweis:** Berechnen Sie zuerst den Basis-PV, dann den PV mit gebumptem 1Y Zins.

**Lösung:**

**Schritt 1: Basis-PV berechnen**
Mit den gegebenen Raten ergibt sich (analog zu vorherigen Aufgaben):

$$\text{Net PV}_{basis} = 1{,}423{,}789 \text{ EUR} \quad \text{(Beispielwert)}$$

**Schritt 2: EUR 1Y Rate bumpen**
Neue EUR 1Y Rate: $3.00\% + 0.01\% = 3.01\%$
Mit gebumpter Rate neu berechnen:

$$\text{Net PV}_{bumped} = 1{,}422{,}825 \text{ EUR}$$

**Schritt 3: Sensitivität berechnen**

$$\delta_{EUR,1Y} = \frac{\text{Net PV}_{bumped} - \text{Net PV}_{basis}}{0.0001} = \frac{1{,}422{,}825 - 1{,}423{,}789}{0.0001} = -9{,}640$$

**Interpretation:**

- Eine Erhöhung des EUR 1Y Zinses um 1bp reduziert den Swap-Wert um ca. €9,640

- Negatives Delta bedeutet: höhere EUR-Zinsen → niedrigerer Swap-Wert
- Dies ist logisch, da wir EUR zahlen (höhere Diskontierung = niedrigerer negativer Leg-Wert)

**Calculator-Check:**

1. Risk Metrics Tab → Calculate Risk Metrics
2. EUR Curve Sensitivities → 1Y Wert prüfen

**Aufgabe 2.2**

Für denselben Swap aus Aufgabe 2.1:
Berechnen Sie die FX-Sensitivität (Delta FX). Bumpen Sie den FX-Kurs um 0.001 (von 1.10 auf 1.101).
Was bedeutet das Vorzeichen der FX-Sensitivität?

**Lösung:**

**Basis-PV:** Net $\text{PV}_{basis} = 1{,}423{,}789$ EUR
**Mit FX = 1.101:**
Die USD Leg wird teurer in EUR:

$$PV_{USD}^{EUR,bumped} = PV_{USD} \times 1.101$$

Dadurch steigt der Net PV:

$$\text{Net PV}_{bumped} = 1{,}433{,}789 \text{ EUR}$$

**FX-Sensitivität:**

$$\delta_{FX} = \frac{1{,}433{,}789 - 1{,}423{,}789}{0.001} = 10{,}000{,}000$$

**Interpretation:**

- Positives Delta: höherer FX-Kurs → höherer Swap-Wert
- Pro 0.001 Anstieg im FX-Kurs steigt der Swap-Wert um €10 Mio.
- Dies entspricht ungefähr dem USD Nominal (wir erhalten USD)
- Wir sind long USD / short EUR → profitieren von USD-Aufwertung

## 2.2 Sensitivitäts-Portfolio

**Aufgabe 2.3**

Ein Portfolio besteht aus zwei Cross-Currency Swaps:
**Swap A:**

- Notional: €5M / $5.5M
- 3 Jahre, jährlich

- Pay EUR, Receive USD
- $\delta_{EUR,2Y} = -4{,}500$

**Swap B:**

- Notional: €8M / $8.8M
- 3 Jahre, jährlich
- Pay USD, Receive EUR
- $\delta_{EUR,2Y} = +7{,}200$

Berechnen Sie:

a) Die Portfolio-Sensitivität bezüglich EUR 2Y

b) Wie verändert sich der Portfolio-Wert bei +10bp Anstieg des EUR 2Y Zinses?

**Lösung:**

**a) Portfolio-Sensitivität:**
Die Deltas addieren sich:

$$\delta_{Portfolio,EUR,2Y} = -4{,}500 + 7{,}200 = +2{,}700$$

**b) Wertänderung bei +10bp:**

$$\Delta PV = 2{,}700 \times 10 = +27{,}000 \text{ EUR}$$

**Interpretation:**

- Positives Portfolio-Delta: Das Portfolio profitiert von steigenden EUR 2Y Zinsen
- Swap B dominiert (größeres Nominal, andere Richtung)
- Die Positionen hedgen sich teilweise (Swap A short EUR 2Y, Swap B long EUR 2Y)

# 3 Niveau 3: Value at Risk und Portfolio-Analyse

## 3.1 Kovarianzmatrix und Portfolio-Volatilität

**Aufgabe 3.1**

Gegeben sei ein einfacher 2-jähriger jährlicher Swap mit 5 Risikofaktoren (2 EUR + 2 USD + 1 FX).

**Sensitivitätsvektor:**

$$\boldsymbol{\delta} = \begin{pmatrix} -5000 \\ -4500 \\ +5500 \\ +5000 \\ +10000000 \end{pmatrix}$$

(EUR 1Y, EUR 2Y, USD 1Y, USD 2Y, FX)

**Vereinfachte Kovarianzmatrix** (nur Varianzen, keine Korrelationen):

$$\mathbf{\Sigma} = \begin{pmatrix} 4 \times 10^{-8} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 4 \times 10^{-8} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 4 \times 10^{-8} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 4 \times 10^{-8} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \times 10^{-6} \end{pmatrix}$$

Berechnen Sie die Portfolio-Varianz und -Volatilität.

**Hinweis:** Für Diagonalmatrix: $\sigma_P^2 = \sum_i \delta_i^2 \Sigma_{ii}$

**Lösung:**

**Portfolio-Varianz:**

Da die Kovarianzmatrix diagonal ist (keine Korrelationen):

$$\begin{aligned} \sigma_P^2 &= \delta_1^2\Sigma_{11} + \delta_2^2\Sigma_{22} + \delta_3^2\Sigma_{33} + \delta_4^2\Sigma_{44} + \delta_5^2\Sigma_{55} \\ &= (-5000)^2 \times 4 \times 10^{-8} + (-4500)^2 \times 4 \times 10^{-8} \\ &\quad + (5500)^2 \times 4 \times 10^{-8} + (5000)^2 \times 4 \times 10^{-8} \\ &\quad + (10{,}000{,}000)^2 \times 1 \times 10^{-6} \\ &= 1{,}000 + 810 + 1{,}210 + 1{,}000 + 100{,}000{,}000{,}000 \\ &\approx 100{,}000{,}004{,}020 \end{aligned}$$

**Portfolio-Volatilität:**

$$\sigma_P = \sqrt{100{,}000{,}004{,}020} \approx 10{,}000 \text{ EUR}$$

**Interpretation:**

- Das FX-Risiko dominiert vollständig (10M Delta × sqrt($10^{-6}$) = 10,000)
- Die Zinsrisiken sind vernachlässigbar klein (zusammen nur ca. 4,020)
- 1-Tages-Volatilität: ca. €10,000

### Aufgabe 3.2

Berechnen Sie für das Portfolio aus Aufgabe 3.1 das VaR auf dem 95% und 99% Konfidenzniveau.

**Quantile:** $z_{0.95} = 1.645$, $z_{0.99} = 2.326$

**Lösung:**

**VaR 95%:**

$$VaR_{95\%} = 1.645 \times 10{,}000 = 16{,}450 \text{ EUR}$$

**VaR 99%:**

$$VaR_{99\%} = 2.326 \times 10{,}000 = 23{,}260 \text{ EUR}$$

**Interpretation:**

- Mit 95% Wahrscheinlichkeit wird der 1-Tages-Verlust €16,450 nicht überschreiten
- Mit 99% Wahrscheinlichkeit wird der 1-Tages-Verlust €23,260 nicht überschreiten
- Erwarteter Shortfall (bei Überschreitung) wäre noch höher
- Das Risiko ist fast vollständig FX-getrieben

## 3.2 Vollständige Kovarianzmatrix

**Aufgabe 3.3**

Erweitern Sie Aufgabe 3.1 um Korrelationen zwischen den Risikofaktoren.
**Annahmen:**

- Korrelation zwischen EUR-Zinsen: $\rho = 0.9$
- Korrelation zwischen USD-Zinsen: $\rho = 0.9$
- Korrelation EUR/USD Zinsen: $\rho = 0.7$
- Korrelation Zinsen/FX: $\rho = 0.0$ (unkorreliert)

Berechnen Sie die Kovarianzmatrix aus der Korrelationsmatrix und den Standardabweichungen.
**Hinweis:** $\Sigma_{ij} = \rho_{ij} \times \sigma_i \times \sigma_j$
Standard deviations: $\sigma_{Zins} = \sqrt{4 \times 10^{-8}} = 2 \times 10^{-4}$, $\sigma_{FX} = \sqrt{1 \times 10^{-6}} = 1 \times 10^{-3}$

**Lösung:**

**Standard deviations:**

- $\sigma_1 = \sigma_2 = \sigma_3 = \sigma_4 = 2 \times 10^{-4}$
- $\sigma_5 = 1 \times 10^{-3}$

**Kovarianzmatrix (ausgewählte Elemente):**
Diagonale (Varianzen):

- $\Sigma_{11} = \Sigma_{22} = \Sigma_{33} = \Sigma_{44} = 4 \times 10^{-8}$
- $\Sigma_{55} = 1 \times 10^{-6}$

EUR-EUR Korrelationen ($i, j \in \{1, 2\}$):

$$\Sigma_{12} = \Sigma_{21} = 0.9 \times 2 \times 10^{-4} \times 2 \times 10^{-4} = 3.6 \times 10^{-8}$$

USD-USD Korrelationen ($i, j \in \{3, 4\}$):

$$\Sigma_{34} = \Sigma_{43} = 0.9 \times 2 \times 10^{-4} \times 2 \times 10^{-4} = 3.6 \times 10^{-8}$$

EUR-USD Korrelationen:

$$\Sigma_{13} = \Sigma_{14} = \Sigma_{23} = \Sigma_{24} = 0.7 \times 2 \times 10^{-4} \times 2 \times 10^{-4} = 2.8 \times 10^{-8}$$

FX-Korrelationen (alle null):

$$\Sigma_{15} = \Sigma_{25} = \Sigma_{35} = \Sigma_{45} = 0$$

**Vollständige Matrix:**

$$\boldsymbol{\Sigma} = 10^{-8} \times \begin{pmatrix} 4.0 & 3.6 & 2.8 & 2.8 & 0 \\ 3.6 & 4.0 & 2.8 & 2.8 & 0 \\ 2.8 & 2.8 & 4.0 & 3.6 & 0 \\ 2.8 & 2.8 & 3.6 & 4.0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 100 \end{pmatrix}$$

**Aufgabe 3.4**

Berechnen Sie für das Portfolio aus Aufgabe 3.3 die neue Portfolio-Varianz unter Berücksichtigung der Korrelationen.

Verwenden Sie: $\sigma_P^2 = \boldsymbol{\delta}^\top \boldsymbol{\Sigma} \boldsymbol{\delta}$

**Lösung:**

**Berechnung der quadratischen Form:**

$$\sigma_P^2 = \sum_{i=1}^{5} \sum_{j=1}^{5} \delta_i \Sigma_{ij} \delta_j$$

**Hauptbeiträge:**

- Diagonal (wie Aufg. 3.1): $\approx 100{,}000{,}004{,}020$
- $\delta_1 \delta_2 \Sigma_{12}$: $2 \times (-5000) \times (-4500) \times 3.6 \times 10^{-8} = 1{,}620$
- $\delta_1 \delta_3 \Sigma_{13}$: $2 \times (-5000) \times 5500 \times 2.8 \times 10^{-8} = -1{,}540$
- $\delta_1 \delta_4 \Sigma_{14}$: $2 \times (-5000) \times 5000 \times 2.8 \times 10^{-8} = -1{,}400$
- (weitere Terme ähnlich)

**Geschätzte Gesamt-Varianz:**

$$\sigma_P^2 \approx 100{,}000{,}005{,}000$$

**Portfolio-Volatilität:**

$$\sigma_P = \sqrt{100{,}000{,}005{,}000} \approx 10{,}000.0003 \text{ EUR}$$

**Interpretation:**

- Die Korrelationen zwischen Zinsen haben nur minimalen Einfluss (ca. +1,000 auf Varianz)
- Das FX-Risiko dominiert weiterhin (100,000,000 von 100,000,005)
- Diversifikationseffekte zwischen Zinsen sind vernachlässigbar
- Die hohe Korrelation zwischen EUR- und USD-Zinsen (0.7) hat kaum Auswirkung, da die Deltas entgegengesetzt sind und sich teilweise aufheben

## 3.3 Synthetische Daten und Backtesting

### Aufgabe 3.5

Sie haben im Calculator synthetische Daten für einen 5-jährigen jährlichen Swap generiert (11 Risikofaktoren: 5 EUR + 5 USD + 1 FX).

**Parameter der Generierung:**

- Anzahl Tage: 250
- Volatilität: 0.01 (1% p.a.)
- Korrelation: 0.3 (off-diagonal)

**Resultierende Kovarianzmatrix (Ausschnitt):**

- Varianz EUR 1Y: $3.97 \times 10^{-8}$
- Varianz FX: $1.02 \times 10^{-6}$

**Ihr Swap:**

- Sensitivität EUR 1Y: -€8,500
- Sensitivität FX: +€12,000,000

Fragen:

a) Entspricht die beobachtete Varianz den Input-Parametern?

b) Schätzen Sie die Portfolio-Volatilität (nur diese zwei Risikofaktoren, ohne Korrelation)

**Lösung:**

**a) Überprüfung der Varianz:**
**Erwartete Tagesvarianz:**

$$\sigma_{day}^2 = \left(\frac{0.01}{\sqrt{252}}\right)^2 = \frac{10^{-4}}{252} \approx 3.97 \times 10^{-8}$$

Dies stimmt exakt mit der beobachteten Varianz für EUR 1Y überein!
Für FX (angenommene höhere Volatilität):

$$\sigma_{FX,day}^2 = 1.02 \times 10^{-6} \quad \Rightarrow \quad \sigma_{FX,annual} = \sqrt{1.02 \times 10^{-6} \times 252} \approx 0.016 \ (1.6\%)$$

**b) Portfolio-Volatilität (ohne Korrelation):**

$$\begin{aligned}\sigma_P^2 &= \delta_{EUR,1Y}^2 \times \Sigma_{EUR,1Y} + \delta_{FX}^2 \times \Sigma_{FX} \\ &= (-8{,}500)^2 \times 3.97 \times 10^{-8} + (12{,}000{,}000)^2 \times 1.02 \times 10^{-6} \\ &= 2{,}869 + 146{,}880{,}000{,}000 \\ &\approx 146{,}880{,}003{,}000\end{aligned}$$

$$\sigma_P = \sqrt{146{,}880{,}003{,}000} \approx 12{,}120 \text{ EUR}$$

**Interpretation:**

- 1-Tages Portfolio-Volatilität: ca. €12,120

- FX-Risiko dominiert (12M Delta!)
- Zinsrisiko trägt nur €2,869 zur Varianz bei (0.002%)

# 4 Zusatzaufgaben: Fortgeschrittene Szenarien

### Aufgabe 4.1 - Multi-Swap Portfolio

Ein Händler hat drei Cross-Currency Swaps im Portfolio:

| Parameter | Swap 1 | Swap 2 | Swap 3 |
|---|---|---|---|
| Notional EUR | €10M | €15M | €8M |
| Notional USD | $11M | $16.5M | $9M |
| Richtung | Pay EUR | Pay USD | Pay EUR |
| Laufzeit | 5Y | 3Y | 10Y |
| Frequenz | Annual | Semi | Annual |
| $\delta_{EUR,2Y}$ | -9,500 | +12,000 | -7,800 |
| $\delta_{USD,2Y}$ | +10,000 | -13,500 | +8,500 |
| $\delta_{FX}$ | +11M | -16.5M | +9M |

Berechnen Sie:

a) Die netto EUR 2Y Sensitivität des Portfolios

b) Die netto USD 2Y Sensitivität des Portfolios

c) Die netto FX-Sensitivität des Portfolios

d) Welcher Risikofaktor dominiert das Portfolio-Risiko?

**Lösung:**

**a) Netto EUR 2Y Sensitivität:**

$$\delta_{Portfolio,EUR,2Y} = -9{,}500 + 12{,}000 - 7{,}800 = -5{,}300$$

**b) Netto USD 2Y Sensitivität:**

$$\delta_{Portfolio,USD,2Y} = 10{,}000 - 13{,}500 + 8{,}500 = +5{,}000$$

**c) Netto FX-Sensitivität:**

$$\delta_{Portfolio,FX} = 11{,}000{,}000 - 16{,}500{,}000 + 9{,}000{,}000 = +3{,}500{,}000$$

**d) Dominierender Risikofaktor:**
Das FX-Risiko dominiert eindeutig mit €3.5M Delta, während die Zins-Deltas im Bereich von €5,000 liegen (Faktor 700 kleiner!).
**Hedging-Empfehlung:**

- Short €3.5M FX Forward zur Elimination des FX-Risikos
- Ggf. EUR 2Y und USD 2Y Zins-Futures für perfekten Hedge

### Aufgabe 4.2 - Stress-Testing

Für das Portfolio aus Aufgabe 4.1:
Berechnen Sie die Wertänderung unter folgenden Stress-Szenarien:

a) EUR 2Y Zins steigt um 50bp

b) USD 2Y Zins fällt um 30bp

c) FX-Kurs steigt um 5% (von 1.10 auf 1.155)

d) Kombiniertes Szenario: a) + b) + c) gleichzeitig

Welches Szenario ist am schädlichsten?

**Lösung:**

**a) EUR 2Y +50bp:**

$$\Delta PV_a = -5{,}300 \times 50 = -265{,}000 \text{ EUR}$$

**b) USD 2Y -30bp:**

$$\Delta PV_b = 5{,}000 \times (-30) = -150{,}000 \text{ EUR}$$

**c) FX +5% (= +0.055):**

$$\Delta PV_c = 3{,}500{,}000 \times 0.055 = +192{,}500 \text{ EUR}$$

**d) Kombiniertes Szenario:**

$$\Delta PV_{total} = -265{,}000 - 150{,}000 + 192{,}500 = -222{,}500 \text{ EUR}$$

**Analyse:**

- Schädlichstes Einzel-Szenario: EUR 2Y +50bp (-€265k)
- Die FX-Bewegung wirkt als natürlicher Hedge in diesem Szenario
- Kombinierter Verlust: -€222.5k
- Worst Case wäre: EUR +50bp, USD -30bp, FX -5% → ca. -€607.5k

### Aufgabe 4.3 - VaR Backtesting

Sie haben ein VaR-Modell mit folgenden Parametern:

- Konfidenzniveau: 99%
- Zeithorizont: 1 Tag
- Berechnetes VaR: €50,000
- Backtest-Periode: 250 Handelstage

Während der Backtest-Periode wurde das VaR an 5 Tagen überschritten.
**Fragen:**

a) Wie viele Überschreitungen wären bei einem korrekten 99% VaR-Modell zu erwarten?

b) Ist das Modell zu konservativ, angemessen oder zu aggressiv?

c) Berechnen Sie die Überschreitungsquote

**Lösung:**

**a) Erwartete Überschreitungen:**
Bei 99% Konfidenzniveau erwarten wir 1% Überschreitungen:

$$E[\text{Überschreitungen}] = 250 \times 0.01 = 2.5 \approx \text{2-3 Tage}$$

**b) Modellbewertung:**
Beobachtet: 5 Überschreitungen
Erwartet: 2-3 Überschreitungen
Das Modell ist **zu aggressiv** (unterschätzt das Risiko). Das VaR sollte höher sein.
**c) Überschreitungsquote:**

$$\text{Quote} = \frac{5}{250} = 0.02 = 2\%$$

Dies entspricht einem effektiven Konfidenzniveau von nur 98% statt 99%.
**Empfehlung:**

- VaR-Multiplikator erhöhen (z.B. von 2.326 auf 2.5)
- Oder: Volatilitätsschätzung überprüfen (evtl. zu niedrig)
- Oder: Modell um Fat-Tails erweitern (Student-t statt Normal)

# Anhang: Formeln und Konstanten

## Wichtige Formeln

**Diskontfaktor:**

$$DF(t) = e^{-r(t) \cdot t}$$

**Present Value (Coupon):**

$$PV = \sum_{i=1}^{N} C_i \cdot DF(t_i)$$

**Sensitivität (Numerisch):**

$$\delta_i = \frac{PV(r_i + \epsilon) - PV(r_i)}{\epsilon}$$

**Portfolio-Varianz:**

$$\sigma_P^2 = \boldsymbol{\delta}^\top \boldsymbol{\Sigma} \boldsymbol{\delta} = \sum_{i=1}^{n} \sum_{j=1}^{n} \delta_i \Sigma_{ij} \delta_j$$

**Value at Risk:**

$$VaR_\alpha = z_\alpha \cdot \sigma_P$$

**Kovarianz aus Korrelation:**

$$\Sigma_{ij} = \rho_{ij} \cdot \sigma_i \cdot \sigma_j$$

### Wichtige Konstanten

| Parameter | Wert |
|---|---|
| z-Score 90% | 1.282 |
| z-Score 95% | 1.645 |
| z-Score 99% | 2.326 |
| z-Score 99.9% | 3.090 |
| Handelstage pro Jahr | 252 |
| Kalendertage pro Jahr | 365 |
| Basispunkt (bp) | 0.0001 |

*© 2024 Cross-Currency Swap Calculator V23 - Aufgabensammlung*