CCS Calculator

Discount Factor Method

Deutsch

Wolfgang Böhme

wolfgang.boehme@economic-modeling.de

www.economic-modeling.de

1. November 2026

Diese Dokumentation beschreibt den Cross-Currency Swap Calculator mit Discount-Factor-basierter Risikobewertung. Der Calculator implementiert die DF-Methode, bei der Diskontfaktoren als Risikofaktoren verwendet werden. Dies bietet eine intuitivere und mathematisch elegantere Alternative zur klassischen Zins-basierten Methode.

Dokumentationen dieser Webseite wurden mit Unterstützung der KI Claude (Anthropic) entwickelt.

Inhaltsverzeichnis

1 Überblick **3**
1.1 Was ist ein Cross-Currency Swap? . . . 3
1.2 Die Discount-Factor-Methode . . . 3

2 Bedienungsanleitung **3**
2.1 Tab 1: Swap Details . . . 4
2.1.1 Eingabeparameter . . . 4
2.1.2 Berechnung durchführen . . . 4
2.1.3 Interpretation der Ergebnisse . . . 5
2.2 Tab 2: Market Data (DFs) . . . 5
2.2.1 Herkunft der Diskontfaktoren . . . 5
2.2.2 Berechnung aus Zero-Rates . . . 5
2.2.3 Wichtige Eigenschaften . . . 5
2.3 Tab 3: Daten . . . 6
2.3.1 Beispieldaten EUR/USD (251 Tage) . . . 6
2.3.2 Historische Daten hochladen . . . 6
2.3.3 Synthetische Daten generieren . . . 7
2.4 Tab 4: Risk Metrics . . . 7
2.4.1 Risikoberechnung durchführen . . . 7
2.4.2 Interpretation der Ergebnisse . . . 8
2.4.3 Kovarianzmatrix-Anzeige . . . 8
2.4.4 CSV-Export . . . 8

3 Berechnungsformeln **9**
3.1 Swap-Bewertung . . . 9
3.1.1 Cashflow-Berechnung . . . 9
3.1.2 Barwert-Berechnung . . . 9
3.2 Diskontfaktoren aus Zinskurven . . . 9
3.3 Sensitivitäten . . . 10
3.3.1 Definition . . . 10
3.3.2 DF-Sensitivitäten . . . 10
3.3.3 FX-Sensitivität . . . 10
3.4 Risikoberechnung . . . 10
3.4.1 Delta-Vektor . . . 10
3.4.2 Kovarianzmatrix . . . 10
3.4.3 Portfolio-Varianz . . . 11
3.4.4 Value at Risk . . . 11

4 Beispielrechnung 1: Buchbeispiel (1 Jahr) **11**
4.1 Gegebene Parameter . . . 11
4.2 Schritt 1: Cashflows . . . 12
4.3 Schritt 2: Barwerte . . . 12
4.4 Schritt 3: Sensitivitäten . . . 12
4.5 Schritt 4: VaR-Berechnung . . . 13

5 Beispielrechnung 2: Eingebaute Beispieldaten (5 Jahre) **13**
5.1 Parameter . . . 13
5.2 Cashflows, Diskontfaktoren und Barwerte . . . 14
5.3 Sensitivitäten . . . 14
5.4 Value at Risk . . . 14

6 Häufige Fragen **14**
6.1 Warum unterschiedliche Vorzeichen bei Deltas? 14
6.2 Wie interpretiere ich die Kovarianzmatrix? 14
6.3 Warum ist das FX-Delta so groß? 15
6.4 Sind die synthetischen Daten jedes Mal gleich? 15
6.5 Unterschied zu Zero-Rate-basierten Methoden? 15

7 Troubleshooting **15**
7.1 CSV-Upload funktioniert nicht 15
7.2 Diskontfaktoren nicht monoton fallend 16
7.3 VaR-Werte unrealistisch 16

8 Anhang **16**
8.1 Mathematische Notation 16
8.2 Technische Spezifikationen 17

Zusammenfassung

Diese Dokumentation beschreibt den Cross-Currency Swap Calculator mit Discount-Factor-basierter Risikobewertung. Der Calculator implementiert die DF-Methode, bei der Diskontfaktoren als Risikofaktoren verwendet werden. Dies bietet eine intuitivere und mathematisch elegantere Alternative zur klassischen Zins-basierten Methode. Der Rechner enthält eingebaute EUR/USD-Beispieldaten (251 Handelstage), aus denen Diskontfaktoren, Kovarianzmatrix und Value at Risk direkt berechnet werden können.

1 Überblick

1.1 Was ist ein Cross-Currency Swap?

Ein Cross-Currency Swap (CCS) ist ein Finanzderivat, bei dem zwei Parteien Zahlungsströme in unterschiedlichen Währungen austauschen. Typischerweise werden sowohl Zinszahlungen als auch Kapitalbeträge getauscht.

Hauptmerkmale:

- Austausch von Zinszahlungen in zwei Währungen
- Austausch von Kapitalbeträgen zu Beginn und am Ende
- Fester Wechselkurs für den Kapitaltausch
- Beide Legs zahlen feste Zinssätze

1.2 Die Discount-Factor-Methode

Kernidee: Die Risikofaktoren sind die Diskontfaktoren selbst, nicht die Zero-Rates. Ihre täglichen Veränderungen werden als logarithmische Renditen gemessen.

Vorteile:

- Sensitivität = diskontierter Cashflow (direkte Interpretation)
- Keine Kettenregel über die Zinskurve erforderlich
- Mathematisch eleganter
- Ideal für Lehrzwecke

Vergleich zur Zins-Methode:

Aspekt	**DF-Methode**	**Zins-Methode**
Risikofaktor	$\ln DF(t)$	$r(t)$
Sensitivität	$\Delta = CF \times DF$	$\delta = \frac{\partial PV}{\partial r}$
Interpretation	Cashflow-Wert	Rate-Sensitivität
Kovarianz	$\mathrm{Cov}(\ln DF, \ln DF)$	$\mathrm{Cov}(r, r)$

2 Bedienungsanleitung

Der Rechner hat vier Tabs: **Swap Details**, **Market Data (DFs)**, **Daten** und **Risk Metrics**. Der schnellste Einstieg: im Tab **Daten** auf **"Beispieldaten laden"** klicken, dann im Tab **Swap Details "Calculate Swap"** und im Tab **Risk Metrics "Calculate Risk"**.

2.1 Tab 1: Swap Details

2.1.1 Eingabeparameter

Notional-Beträge:

- **EUR Notional:** Kapitalbetrag in EUR (Standard 10,000,000)
- **USD Notional:** Kapitalbetrag in USD (Standard 11,000,000)

Zinssätze (Fixed Rates):

- **EUR Fixed Rate:** Fester Zinssatz für das EUR-Leg (Standard 0.035 = 3.5 %)
- **USD Fixed Rate:** Fester Zinssatz für das USD-Leg (Standard 0.045 = 4.5 %)

FX-Kurs (EUR je 1 USD):

- Preis von 1 USD in EUR, z. B. 0.909091 bedeutet 1 USD = 0.909091 EUR (entspricht 1.10 USD je EUR)
- Standard: 0.909091
- Beim Laden von Beispiel- oder Kurvendaten wird der FX-Kurs der letzten Zeile übernommen und das USD-Notional marktgerecht gesetzt: $N_{USD} = N_{EUR}/FX$, auf 1,000 gerundet

Laufzeitstruktur:

- **Anzahl Zahlungen:** Mindestens 1, Standard 5, empfohlen 1–10
- **Zahlungsfrequenz:**
  - 0.25 = Quarterly (vierteljährlich)
  - 0.5 = Semi-Annual (halbjährlich)
  - 1.0 = Annual (jährlich, Standard)

Pay Leg:

- **EUR:** Wir zahlen EUR, erhalten USD (Standard)
- **USD:** Wir zahlen USD, erhalten EUR

2.1.2 Berechnung durchführen

1. Parameter eingeben (optional vorher Beispieldaten laden, Tab 3)
2. Button **"Calculate Swap"** klicken
3. Ergebnisse erscheinen:
   - Ergebnis (EUR Leg PV, USD Leg PV, USD in EUR, Net PV)
   - EUR Leg Cashflows (Tabelle)
   - USD Leg Cashflows (Tabelle)
4. Optional: **"Export CSV"** für den Cashflow-Export

2.1.3 Interpretation der Ergebnisse

EUR Leg PV: Barwert aller EUR-Zahlungen

$$PV_{EUR} = \sum_{i=1}^{n} CF_{EUR}(t_i) \times DF_{EUR}(t_i) \tag{1}$$

USD Leg PV: Barwert aller USD-Zahlungen (in USD und umgerechnet in EUR)

$$PV_{USD} = \sum_{i=1}^{n} CF_{USD}(t_i) \times DF_{USD}(t_i), \qquad PV_{USD}^{EUR} = PV_{USD} \times FX \tag{2}$$

Net PV: Netto-Barwert in EUR

$$Net\ PV = \begin{cases} PV_{USD}^{EUR} - PV_{EUR} & \text{wenn Pay Leg = EUR} \\ PV_{EUR} - PV_{USD}^{EUR} & \text{wenn Pay Leg = USD} \end{cases} \tag{3}$$

2.2 Tab 2: Market Data (DFs)

2.2.1 Herkunft der Diskontfaktoren

Für jeden Zahlungstermin $t_i = i \times \Delta t$ wird je ein EUR- und ein USD-Diskontfaktor benötigt:

- DF EUR 1.00Y, DF EUR 2.00Y, DF EUR 3.00Y, ...
- DF USD 1.00Y, DF USD 2.00Y, DF USD 3.00Y, ...

Die Felder werden automatisch gefüllt:

- **Ohne geladene Daten:** aus einer einfachen Musterkurve $r_{EUR}(t) = 3.5\,\% + 0.2\,\% \times (t-1)$ und $r_{USD}(t) = 4.5\,\% + 0.2\,\% \times (t-1)$
- **Mit Beispiel- oder Kurvendaten:** aus den Zinskurven der letzten Datenzeile (Abschnitt 3.2)

Die Werte können manuell überschrieben werden. Manuelle Änderungen gelten, bis Anzahl Zahlungen oder Frequenz geändert werden.

2.2.2 Berechnung aus Zero-Rates

Aus stetigen Zero-Rates $r(t)$:

$$DF(t) = e^{-r(t) \times t} \tag{4}$$

Beispiel:

$$r_{EUR}(1) = 2.9\% = 0.029 \tag{5}$$

$$DF_{EUR}(1) = e^{-0.029 \times 1} = 0.971439674 \tag{6}$$

2.2.3 Wichtige Eigenschaften

- $0 < DF(t) < 1$ bei positiven Zinsen
- Monoton fallend: $DF(t_1) > DF(t_2)$ für $t_1 < t_2$
- $DF(0) = 1$ (heute)

2.3 Tab 3: Daten

Der Tab liefert die Kovarianzmatrix für die Risikoberechnung. Es gibt drei Quellen; die zuletzt verwendete gilt. Solange keine Daten geladen sind, verwendet der Rechner eine einfache Standardmatrix (Varianzen 9×10^{-6}, Kovarianzen 5×10^{-6}).

2.3.1 Beispieldaten EUR/USD (251 Tage)

Im Rechner eingebaut sind marktnahe synthetische Daten vom 14.11.2025 bis 30.10.2026:

- **EUR-Swapkurve** (Nullkupon, stetig) mit den Laufzeiten 3M, 6M, 1Y, 2Y, 3Y, 5Y, 7Y, 10Y
- **USD-Zinskurve** (Nullkupon, stetig) mit denselben Laufzeiten
- **FX-Kurs** EUR je 1 USD

Buttons:

- **"Beispieldaten laden"**: übernimmt Kurven und FX-Kurs der letzten Zeile, setzt das USD-Notional marktgerecht und berechnet DFs und Kovarianzmatrix
- **"Als CSV"**: speichert die Daten als Datei `CCS_Beispieldaten_EUR_USD_251.csv` (Vorlage für eigene Daten)

Aus den Kurven werden für jeden Tag die Diskontfaktoren an den Zahlungsterminen bestimmt, daraus die täglichen Log-Renditen und die Kovarianzmatrix. Werden Anzahl Zahlungen oder Frequenz geändert, rechnet der Rechner DFs und Matrix automatisch neu.

2.3.2 Historische Daten hochladen

Über die Dateiauswahl kann eine eigene CSV-Datei geladen werden. Der Rechner erkennt zwei Formate.

Format 1 – Zinskurven (empfohlen):

```
Datum,EUR_0.25Y,...,EUR_10Y,USD_0.25Y,...,USD_10Y,FX_EURUSD
2025-11-14,1.9710,...,2.6712,3.9200,...,4.0800,0.863558
...
2026-10-30,2.5916,...,3.2451,3.5500,...,3.9800,0.896138
```

- Laufzeiten mit `M` (Monate) oder `Y` (Jahre), z. B. `EUR_3M` oder `EUR_0.25Y`
- Zinsen als stetige Nullkuponzinsen in Prozent
- FX als Preis von 1 USD in EUR
- Mindestens 30 vollständige Zeilen, empfohlen 251
- Die Laufzeiten müssen nicht mit den Zahlungsterminen übereinstimmen; es wird interpoliert

Format 2 – Diskontfaktoren direkt:

```
EUR_DF_1Y,...,EUR_DF_5Y,USD_DF_1Y,...,USD_DF_5Y,FX_EURUSD
0.971157,...,0.857474,0.966088,...,0.835270,0.896138
...
```

- Je Zahlungstermin eine EUR- und eine USD-DF-Spalte, zuletzt FX

- Anzahl Spalten $= 2n + 1$ (wobei n = Anzahl Zahlungen)
- Mindestens 2 Datenzeilen, empfohlen 100–250

Für beide Formate gilt:

- **Speicherort:** Die Datei muss lokal auf dem eigenen Rechner (oder einem dort verbundenen Laufwerk) liegen. Online-Dateien zuerst herunterladen.
- **Datenschutz:** Die Datei wird nur im Browser verarbeitet und nicht hochgeladen.
- **Zeilen:** ein Handelstag pro Zeile, chronologisch aufsteigend; die letzte Zeile liefert die aktuellen Werte.
- **Trennzeichen:** Komma oder Semikolon; bei Semikolon ist das Dezimalkomma erlaubt (deutscher Excel-Export). Zeichensatz UTF-8.

Aus den Zeitreihen werden **logarithmische Renditen** berechnet:

$$R_{t,i} = \ln\left(\frac{X_{t,i}}{X_{t-1,i}}\right), \qquad X \in \{DF_{EUR}, DF_{USD}, FX\} \tag{7}$$

Daraus wird die Kovarianzmatrix geschätzt (Abschnitt 3.4.2).

2.3.3 Synthetische Daten generieren

Button: "Generate Synthetic Data (250 days)"
Erzeugt korrelierte Zeitreihen der aktuellen Diskontfaktoren und des FX-Kurses:

- 250 Tage (1 Handelsjahr)
- Volatilität: 1 % p. a. für alle Faktoren
- Korrelation: 0.3 für alle Paare (Cholesky-Zerlegung)
- Fester Startwert des Zufallsgenerators: bei jedem Klick dieselben Reihen und damit derselbe VaR

Die synthetischen Daten dienen nur der Illustration; realistische Werte liefern die Beispieldaten.

2.4 Tab 4: Risk Metrics

2.4.1 Risikoberechnung durchführen

Voraussetzung:

- Swap-Parameter gesetzt (Tab 1)
- Kovarianzmatrix vorhanden (Tab 3 oder Standardmatrix)

Zeithorizont: Vor der Berechnung kann der Zeithorizont h (in Tagen, Standard 1) eingegeben werden. Der VaR wird mit $\sqrt{h}$ skaliert.
Button: "Calculate Risk"
Berechnet:

1. DF-Sensitivitäten (Deltas) und FX-Delta
2. Portfolio-Varianz (1d)
3. Portfolio-Volatilität (1d)
4. Value at Risk (VaR 95 % und 99 %, skaliert mit $\sqrt{h}$)

2.4.2 Interpretation der Ergebnisse

DF-Sensitivitäten (Deltas): Für jeden Zahlungstermin t_i

$$\Delta_i = CF(t_i) \times DF(t_i) = \text{diskontierter Cashflow (in EUR)} \tag{8}$$

FX-Delta: Summe der USD-Barwerte in EUR

$$\Delta_{FX} = \sum_{i=1}^{n} \Delta_{USD,i} \tag{9}$$

Es gibt die Wertänderung in EUR je Einheit Log-Rendite des FX-Kurses an. Faustregel: Fällt der USD um 1 %, ändert sich der Barwert um etwa $-0.01 \times \Delta_{FX}$.

Vorzeichen:

- Negativ: Wir zahlen diese Währung → Verlust, wenn der DF steigt
- Positiv: Wir erhalten diese Währung → Gewinn, wenn der DF steigt

Portfolio-Varianz (1d):

$$\sigma_P^2 = \boldsymbol{\Delta}^\top \boldsymbol{\Sigma} \boldsymbol{\Delta} \tag{10}$$

Wobei:

- $\boldsymbol{\Delta}$ = Vektor aller Sensitivitäten (EUR-Deltas, USD-Deltas, FX-Delta)
- $\boldsymbol{\Sigma}$ = Kovarianzmatrix der täglichen Log-Renditen

Portfolio-Volatilität (1d):

$$\sigma_P = \sqrt{\sigma_P^2} \tag{11}$$

Value at Risk:

$$VaR_\alpha(h) = z_\alpha \times \sigma_P \times \sqrt{h} \tag{12}$$

Wobei:

- $z_{0.95} = 1.645$ (95 % Konfidenz)
- $z_{0.99} = 2.326$ (99 % Konfidenz)
- h = Zeithorizont in Tagen (Standard: $h = 1$)

2.4.3 Kovarianzmatrix-Anzeige

Die Kovarianzmatrix wird in Tabellenform angezeigt (Auszug):

- Zeilen/Spalten: EUR DFs, USD DFs, FX
- Werte in wissenschaftlicher Notation (z. B. 9.00×10^{-6})
- Diagonale: Varianzen
- Außerhalb: Kovarianzen

2.4.4 CSV-Export

Button: "Export CSV"

Exportiert:

1. DF-Sensitivitäten (alle Laufzeiten) und FX-Delta
2. Value-at-Risk-Kennzahlen mit Zeithorizont
3. **Vollständige Kovarianzmatrix**

3 Berechnungsformeln

3.1 Swap-Bewertung

3.1.1 Cashflow-Berechnung

EUR Leg:

$$CF_{EUR}(t_i) = N_{EUR} \times r_{fix,EUR} \times \Delta t + \mathbb{1}_{i=n} \times N_{EUR} \tag{13}$$

$$= \text{Zinszahlung} + \text{Kapitalbetrag (nur am Ende)} \tag{14}$$

USD Leg:

$$CF_{USD}(t_i) = N_{USD} \times r_{fix,USD} \times \Delta t + \mathbb{1}_{i=n} \times N_{USD} \tag{15}$$

Wobei:

- N = Notional (Kapitalbetrag)
- r_{fix} = Fixed Rate (Zinssatz)
- Δt = Zahlungsfrequenz in Jahren
- $\mathbb{1}_{i=n}$ = Indikator (1 bei der letzten Zahlung, sonst 0)

3.1.2 Barwert-Berechnung

EUR Leg:

$$PV_{EUR} = \sum_{i=1}^{n} CF_{EUR}(t_i) \times DF_{EUR}(t_i) \tag{16}$$

USD Leg (in EUR):

$$PV_{USD}^{EUR} = \left[\sum_{i=1}^{n} CF_{USD}(t_i) \times DF_{USD}(t_i) \right] \times FX \tag{17}$$

mit FX = EUR je 1 USD.

Netto-Barwert:

$$Net\ PV = PV_{receive} - PV_{pay} \tag{18}$$

3.2 Diskontfaktoren aus Zinskurven

Bei geladenen Kurvendaten wird für jeden Tag und jeden Zahlungstermin t der Zero-Zins $r(t)$ aus den Stützstellen $T_1 < \cdots < T_m$ bestimmt:

- $t = T_k$: Kurvenwert
- $T_k < t < T_{k+1}$: lineare Interpolation

$$r(t) = r_k + (r_{k+1} - r_k)\,\frac{t - T_k}{T_{k+1} - T_k} \tag{19}$$

- $t > T_m$: flach, $r(t) = r_m$
- $t < T_1$: linear im Diskontfaktor zwischen $DF(0) = 1$ und $DF(T_1)$

Danach gilt $DF(t) = e^{-r(t)\,t}$. Die DFs der letzten Zeile sind die aktuellen Marktdaten (Tab 2).

3.3 Sensitivitäten

3.3.1 Definition

Da die Kovarianzmatrix aus Log-Renditen geschätzt wird, ist die passende Sensitivität die Ableitung des Barwerts nach dem logarithmierten Risikofaktor:

$$\Delta_i = \frac{\partial PV}{\partial \ln DF_i} = DF_i \times \frac{\partial PV}{\partial DF_i} \tag{20}$$

3.3.2 DF-Sensitivitäten

Für einen einzelnen Cashflow bei t_i ist $\partial(CF_i \cdot DF_i)/\partial DF_i = CF_i$, daher:

$$\boxed{\Delta_i = CF(t_i) \times DF_i = \text{diskontierter Cashflow}} \tag{21}$$

Berücksichtigung der Richtung (Pay EUR):

$$\Delta_{EUR,i} = -CF_{EUR}(t_i) \times DF_{EUR}(t_i) \quad \text{(negativ)} \tag{22}$$
$$\Delta_{USD,i} = +CF_{USD}(t_i) \times DF_{USD}(t_i) \times FX \quad \text{(positiv)} \tag{23}$$

Berücksichtigung der Richtung (Pay USD):

$$\Delta_{EUR,i} = +CF_{EUR}(t_i) \times DF_{EUR}(t_i) \quad \text{(positiv)} \tag{24}$$
$$\Delta_{USD,i} = -CF_{USD}(t_i) \times DF_{USD}(t_i) \times FX \quad \text{(negativ)} \tag{25}$$

3.3.3 FX-Sensitivität

Der Barwert hängt über $PV_{USD}^{EUR} = FX \times PV_{USD}$ linear vom FX-Kurs ab. Für Log-Renditen des Kurses gilt:

$$\Delta_{FX} = \frac{\partial PV}{\partial \ln FX} = FX \times \frac{\partial PV}{\partial FX} = \pm PV_{USD}^{EUR} \tag{26}$$

und damit

$$\boxed{\Delta_{FX} = \sum_{i=1}^{n} \Delta_{USD,i}} \tag{27}$$

Hinweis: Frühere Versionen teilten diese Summe zusätzlich durch FX. Das ergibt die Sensitivität in USD und passt nicht zu den Log-Renditen der Kovarianzmatrix; bei $FX < 1$ wurde das FX-Risiko dadurch überschätzt.

3.4 Risikoberechnung

3.4.1 Delta-Vektor

$$\boldsymbol{\Delta} = [\Delta_{EUR,1}, \ldots, \Delta_{EUR,n},\ \Delta_{USD,1}, \ldots, \Delta_{USD,n},\ \Delta_{FX}]^\top \tag{28}$$

Dimension: $(2n+1) \times 1$

3.4.2 Kovarianzmatrix

Aus T täglichen Log-Renditen $R_{t,i}$ (Stichprobenkovarianz):

$$\Sigma_{ij} = \frac{1}{T-1} \sum_{t=1}^{T} \left(R_{t,i} - \bar{R}_i\right)\left(R_{t,j} - \bar{R}_j\right) \tag{29}$$

$$\mathbf{\Sigma} = \begin{bmatrix} \sigma^2_{EUR,1} & \cdots & \sigma_{EUR,1,USD,1} & \cdots & \sigma_{EUR,1,FX} \\ \vdots & \ddots & \vdots & & \vdots \\ \sigma_{USD,1,EUR,1} & \cdots & \sigma^2_{USD,1} & \cdots & \sigma_{USD,1,FX} \\ \vdots & & \vdots & \ddots & \vdots \\ \sigma_{FX,EUR,1} & \cdots & \sigma_{FX,USD,1} & \cdots & \sigma^2_{FX} \end{bmatrix} \tag{30}$$

Dimension: $(2n+1) \times (2n+1)$

3.4.3 Portfolio-Varianz

$$\boxed{\sigma^2_P = \mathbf{\Delta}^\top \mathbf{\Sigma} \mathbf{\Delta} = \sum_{i=1}^{2n+1} \sum_{j=1}^{2n+1} \Delta_i \Sigma_{ij} \Delta_j} \tag{31}$$

3.4.4 Value at Risk

VaR für Zeithorizont h:

$$\boxed{VaR^h_\alpha = z_\alpha \times \sqrt{\sigma^2_P} \times \sqrt{h}} \tag{32}$$

Standardfall ($h = 1$ Tag):

$$VaR^{1d}_\alpha = z_\alpha \times \sigma_P \tag{33}$$

Skalierung auf T Tage (Square-Root-of-Time):

$$VaR^T_\alpha = VaR^{1d}_\alpha \times \sqrt{T} \tag{34}$$

Konfidenzniveaus:

Konfidenz	z-Score
90%	1.282
95%	1.645
99%	2.326
99.9%	3.090

Der Rechner verwendet 95 % und 99 %.

4 Beispielrechnung 1: Buchbeispiel (1 Jahr)

Das Buchbeispiel zeigt alle Rechenschritte von Hand mit einer vorgegebenen Kovarianzmatrix (3×3).

4.1 Gegebene Parameter

- EUR Notional: 1,000,000
- USD Notional: 1,190,476.19
- Fixed Rate EUR: 4% (0.04)
- Fixed Rate USD: 5% (0.05)
- FX-Kurs: 0.84 EUR je 1 USD
- Payments: 1, Frequency: 1 (Annual)

- Pay Leg: EUR
- DF EUR 1Y: 0.971439674
- DF USD 1Y: 0.966183575

4.2 Schritt 1: Cashflows

EUR Leg:

$$CF_{EUR}(1) = 1{,}000{,}000 \times 0.04 \times 1 + 1{,}000{,}000 \tag{35}$$
$$= 40{,}000 + 1{,}000{,}000 = 1{,}040{,}000 \text{ EUR} \tag{36}$$

USD Leg:

$$CF_{USD}(1) = 1{,}190{,}476.19 \times 0.05 \times 1 + 1{,}190{,}476.19 \tag{37}$$
$$= 59{,}523.81 + 1{,}190{,}476.19 = 1{,}250{,}000 \text{ USD} \tag{38}$$

4.3 Schritt 2: Barwerte

EUR Leg:

$$PV_{EUR} = 1{,}040{,}000 \times 0.971439674 \tag{39}$$
$$= 1{,}010{,}297.26 \text{ EUR} \tag{40}$$

USD Leg (in EUR):

$$PV_{USD}^{EUR} = 1{,}250{,}000 \times 0.966183575 \times 0.84 \tag{41}$$
$$= 1{,}207{,}729.47 \times 0.84 \tag{42}$$
$$= 1{,}014{,}492.75 \text{ EUR} \tag{43}$$

Net PV:

$$Net\ PV = PV_{USD}^{EUR} - PV_{EUR} \tag{44}$$
$$= 1{,}014{,}492.75 - 1{,}010{,}297.26 \tag{45}$$
$$= 4{,}195.49 \text{ EUR} \tag{46}$$

4.4 Schritt 3: Sensitivitäten

Da wir EUR zahlen (Pay EUR):

EUR Delta:

$$\Delta_{EUR} = -CF_{EUR}(1) \times DF_{EUR}(1) \tag{47}$$
$$= -1{,}040{,}000 \times 0.971439674 \tag{48}$$
$$= -1{,}010{,}297.26 \text{ EUR} \tag{49}$$

USD Delta:

$$\Delta_{USD} = +CF_{USD}(1) \times DF_{USD}(1) \times FX \tag{50}$$
$$= +1{,}250{,}000 \times 0.966183575 \times 0.84 \tag{51}$$
$$= +1{,}014{,}492.75 \text{ EUR} \tag{52}$$

FX Delta:

$$\Delta_{FX} = \Delta_{USD} = 1{,}014{,}492.75 \text{ EUR} \tag{53}$$

4.5 Schritt 4: VaR-Berechnung

Kovarianzmatrix (aus Buch):

$$\boldsymbol{\Sigma} = \begin{bmatrix} 9\times10^{-6} & 5\times10^{-6} & 3\times10^{-6} \\ 5\times10^{-6} & 9\times10^{-6} & 3\times10^{-6} \\ 3\times10^{-6} & 3\times10^{-6} & 1\times10^{-5} \end{bmatrix} \tag{54}$$

Delta-Vektor:

$$\boldsymbol{\Delta} = \begin{bmatrix} -1{,}010{,}297.26 \\ 1{,}014{,}492.75 \\ 1{,}014{,}492.75 \end{bmatrix} \tag{55}$$

Portfolio-Varianz:

$$\sigma_P^2 = \boldsymbol{\Delta}^\top \boldsymbol{\Sigma} \boldsymbol{\Delta} \tag{56}$$

$$\approx 18{,}517{,}166 \tag{57}$$

Portfolio-Volatilität:

$$\sigma_P = \sqrt{18{,}517{,}166} \tag{58}$$

$$= 4{,}303.16 \text{ EUR} \tag{59}$$

Value at Risk ($h = 1$ Tag):

$$VaR^{1d}_{95\%} = 1.645 \times 4{,}303.16 = 7{,}078.69 \text{ EUR} \tag{60}$$

$$VaR^{1d}_{99\%} = 2.326 \times 4{,}303.16 = 10{,}009.14 \text{ EUR} \tag{61}$$

Skalierung auf 10 Tage:

$$VaR^{10d}_{99\%} = 2.326 \times 4{,}303.16 \times \sqrt{10} = 31{,}651.69 \text{ EUR} \tag{62}$$

5 Beispielrechnung 2: Eingebaute Beispieldaten (5 Jahre)

Dieses Beispiel lässt sich direkt im Rechner nachvollziehen: Tab **Daten** → **“Beispieldaten laden”**, alle übrigen Eingaben auf Standard.

5.1 Parameter

- EUR Notional: 10,000,000; Fixed Rate EUR: 3.5 %
- USD Notional: 11,159,000 (marktgerecht: 10,000,000/0.896138, gerundet); Fixed Rate USD: 4.5 %
- FX-Kurs: 0.896138 EUR je 1 USD (30.10.2026)
- 5 Zahlungen, jährlich; Pay Leg: EUR
- Kovarianzmatrix: 11×11, aus 250 täglichen Log-Renditen

Kurven am 30.10.2026 (Nullkupon, stetig, %):

	3M	6M	1Y	2Y	3Y	5Y	7Y	10Y
EUR (Swap)	2.5916	2.7609	2.9267	3.0352	3.0246	3.0753	3.1377	3.2451
USD	3.5500	3.5000	3.4500	3.4000	3.4500	3.6000	3.7800	3.9800

Der Zins für 4Y wird linear zwischen 3Y und 5Y interpoliert.

5.2 Cashflows, Diskontfaktoren und Barwerte

t	DF_{EUR}	DF_{USD}	CF_{EUR}	CF_{USD}	PV_{EUR}	PV_{USD}^{EUR}
1	0.971157	0.966088	350,000	502,155	339,905.00	434,739.92
2	0.941102	0.934260	350,000	502,155	329,385.62	420,417.38
3	0.913257	0.901676	350,000	502,155	319,639.93	405,754.37
4	0.885150	0.868489	350,000	502,155	309,802.55	390,820.34
5	0.857474	0.835270	10,350,000	11,661,155	8,874,850.76	8,728,577.15
Σ					10,173,583.86	10,380,309.17

$$PV_{USD} = 11{,}583{,}382.43 \text{ USD} \tag{63}$$

$$Net\ PV = 10{,}380{,}309.17 - 10{,}173{,}583.86 = 206{,}725.31 \text{ EUR} \tag{64}$$

5.3 Sensitivitäten

Die EUR-Deltas sind die negativen EUR-Barwerte der Tabelle, die USD-Deltas die USD-Barwerte in EUR. Das FX-Delta ist ihre Summe:

$$\Delta_{FX} = 10{,}380{,}309.17 \text{ EUR} \tag{65}$$

5.4 Value at Risk

Kennzahl	**Wert**
Portfolio-Varianz (1d)	2.3288×10^9
Portfolio-Volatilität (1d)	48,257.66 EUR
VaR 95 % (1d)	79,383.85 EUR
VaR 99 % (1d)	112,247.32 EUR
VaR 99 % (10d)	354,957.20 EUR

Einordnung: Nur mit den Zins-Deltas ergäbe sich ein VaR 99 % (1d) von 58,470 EUR, nur mit dem FX-Delta von 97,278 EUR. Das FX-Risiko dominiert: Die tägliche Volatilität des FX-Kurses beträgt in den Beispieldaten 0.40 %, die des 5-Jahres-DF 0.22 % (EUR) bzw. 0.28 % (USD).

6 Häufige Fragen

6.1 Warum unterschiedliche Vorzeichen bei Deltas?

Die Vorzeichen der Sensitivitäten spiegeln unsere Position wider:

- **Negativ:** Wir zahlen diese Währung → höhere DFs sind schlecht für uns
- **Positiv:** Wir erhalten diese Währung → höhere DFs sind gut für uns

6.2 Wie interpretiere ich die Kovarianzmatrix?

- **Diagonale:** Varianzen der täglichen Log-Renditen der einzelnen Risikofaktoren
- **Außerhalb:** Kovarianzen zwischen Risikofaktoren
- **Positive Kovarianz:** Risikofaktoren bewegen sich zusammen
- **Negative Kovarianz:** Risikofaktoren bewegen sich entgegengesetzt

6.3 Warum ist das FX-Delta so groß?

Das FX-Delta ist die Summe aller USD-Barwerte in EUR, einschließlich des Kapitalbetrags am Ende. Es ist damit so groß wie das gesamte USD-Leg, während jedes Zins-Delta nur einen Zahlungstermin abbildet. Hinzu kommt, dass FX-Kurse meist stärker schwanken als Diskontfaktoren. Deshalb dominiert das Wechselkursrisiko den VaR eines CCS in der Regel.

6.4 Sind die synthetischen Daten jedes Mal gleich?

Ja. Der Zufallsgenerator hat einen festen Startwert, daher ergeben sich bei gleichen Eingaben stets dieselben Reihen und derselbe VaR. Für realistische Werte die Beispieldaten oder eigene Daten verwenden.

6.5 Unterschied zu Zero-Rate-basierten Methoden?

DF-Methode:

- Risikofaktoren = Diskontfaktoren (Log-Renditen)
- Sensitivität = diskontierter Cashflow
- Direkte Interpretation

Zins-Methode:

- Risikofaktoren = Zero-Rates
- Sensitivität über Kettenregel: $\delta_i = \frac{\partial PV}{\partial DF_i} \times \frac{\partial DF_i}{\partial r_i} = -t_i \times CF_i \times DF_i$
- Marktstandard, bessere Datenverfügbarkeit

Beide Methoden sind bei korrekter Transformation der Kovarianzmatrizen näherungsweise äquivalent, da $\Delta \ln DF(t) = -t \times \Delta r(t)$.

7 Troubleshooting

7.1 CSV-Upload funktioniert nicht

Problem: "CSV muss X Spalten haben" (Format 2)
Lösung:

- Prüfen: Anzahl Spalten $= 2n + 1$
- Bei 1 Zahlung: 3 Spalten; bei 5 Zahlungen: 11 Spalten
- Oder Format 1 (Zinskurven) verwenden; dann ist die Spaltenzahl unabhängig von der Anzahl Zahlungen

Problem: "nur X vollständige Zeilen" (Format 1)
Lösung: Mindestens 30 Zeilen ohne leere oder nicht numerische Werte; empfohlen 251.
Problem: Datei wird nicht als Zinskurven erkannt
Lösung:

- Kopfzeile prüfen: Spalten `EUR_<Laufzeit>`, `USD_<Laufzeit>` und eine Spalte, die mit `FX` beginnt
- Laufzeit mit `M` oder `Y`, z. B. `EUR_6M`, `USD_10Y`

- Als Vorlage die Beispieldaten über "Als CSV" speichern

Problem: Parsing-Fehler
Lösung:

- Bei Komma als Trennzeichen: Dezimalpunkt verwenden
- Bei Semikolon als Trennzeichen: Dezimalkomma ist erlaubt
- Keine Tausendertrennzeichen oder Leerzeichen in Zahlen

7.2 Diskontfaktoren nicht monoton fallend

Problem: $DF(1Y) < DF(2Y)$
Lösung:

- Diskontfaktoren müssen bei positiven Zinsen monoton fallen
- Prüfen: Wurden vielleicht Zinsen statt DFs eingegeben?
- Umrechnung: $DF(t) = e^{-r(t) \times t}$

7.3 VaR-Werte unrealistisch

Problem: VaR zu hoch oder zu niedrig
Lösung:

- Prüfen, welche Kovarianzmatrix aktiv ist (Standardmatrix, synthetisch, Beispiel- oder eigene Daten)
- FX-Kurs als EUR je 1 USD eingeben (nicht USD je EUR)
- USD-Notional zum FX-Kurs passend wählen
- Historische Daten: mehr Datenpunkte verwenden

8 Anhang

8.1 Mathematische Notation

Symbol	Bedeutung
N	Notional (Kapitalbetrag)
r_{fix}	Fixed Rate (Zinssatz)
$r(t)$	Zero-Rate (stetig) zur Laufzeit t
$DF(t)$	Diskontfaktor zur Zeit t
$CF(t)$	Cashflow zur Zeit t
FX	FX-Kurs, EUR je 1 USD
PV	Present Value (Barwert)
$R_{t,i}$	Log-Rendite von Faktor i am Tag t
$\boldsymbol{\Delta}$	Sensitivität (Delta)
$\boldsymbol{\Sigma}$	Kovarianzmatrix
σ_P^2	Portfolio-Varianz
σ_P	Portfolio-Volatilität
VaR_α	Value at Risk bei Konfidenzniveau α
z_α	z-Score für Konfidenzniveau α
h	Zeithorizont in Tagen

8.2 Technische Spezifikationen

Browser-Kompatibilität:

- Chrome/Edge, Firefox, Safari: vollständig unterstützt
- Alle Berechnungen laufen lokal im Browser; es werden keine Daten übertragen

Dateien:

- Calculator: ca. 97 KB (HTML, Beispieldaten eingebaut)
- Beispieldaten als CSV: ca. 33 KB (251 Zeilen, 17 Datenspalten)

Limits:

- Max. Zahlungen: technisch unbegrenzt, empfohlen 1–20
- Zinskurven-CSV: mindestens 30 Zeilen, empfohlen 251
- DF-CSV: mindestens 2 Zeilen, empfohlen 100–250